Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

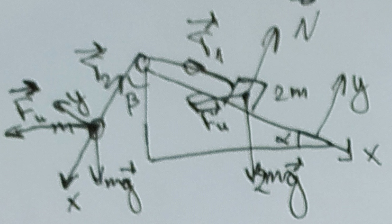
Шифр: **21201040**

ID профиля: **295529**

Вариант 6

Чистовик

1



1) Перейдем в НСО „Клин"

В ней брусок едет вверх по поверхности ~~стола~~ клина, то есть ускорение направлено вверх по клину.

$$2ma_б = T + 2m\overset{F_u}{a}\cos\alpha - 2mg\sin\alpha \quad (1)$$

Если между клином и нитью установился $\beta = const$, то ускорение шарика в этой НСО также направлено по нитке.

$$ma_ш = mg\cos\beta + \overset{F_u}{ma}\sin\beta - T \quad (2)$$

Т.к. нить нерастяжима, то $a_ш = a_б = a_0$

Оу для шарика: $\overset{F_u}{ma}\cos\beta = mg\sin\beta$

$$\Downarrow$$

$$a = \boxed{g\,tg\,\beta}$$

$$a \approx \boxed{4{,}17\,\frac{м}{с^2}}$$

2) Решим систему (1), (2) относительно a_0

$(1)+(2) \Rightarrow 3ma_0 = 2ma\cos\alpha - 2mg\sin\alpha + mg\cos\beta + ma\sin\beta$

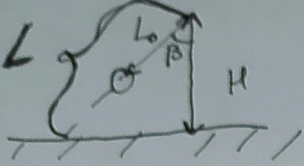
$$a_0 = \frac{a(2\cos\alpha + \sin\beta) + g(\cos\beta - 2\sin\alpha)}{3}$$

$a_0 \approx \boxed{1{,}835\,\frac{м}{с^2}}$, и направлена по нитке.

3) Длина нити за блоком на начальном этапе $= L_0$. Шарик падет на землю, когда $L\cos\beta = H$

Чистовик

(2)



$$\frac{a_0 T^2}{2} = \left(\frac{H}{\cos\beta} - L_0\right)$$

Сказано, что в начальный момент шарик вблизи блока, то есть $L_0 = 0$

$$T = \sqrt{\frac{2H}{a_0 \cos\beta}} = \boxed{\sqrt{1{,}18H}}$$

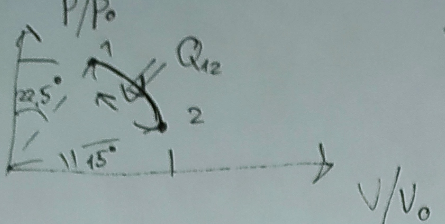
Ответ: 1) $a = 4{,}17 \frac{м}{с^2}$

2) $a_0 = 1{,}835 \frac{м}{с^2}$

3) $T = \sqrt{1{,}18H}$ с (если $[H]$ ~~в~~ м)

21201040 (U295529 M1269160)

Чистовик №2 ③



Процесс 2-1 — адиабата

~~[illegible]~~

$\Delta U_{21} = -A_{21}$

$\frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2) = |A_{21}|$

1) За весь цикл $A_{12} - |A_{21}| = Q_{12}$

$$\begin{matrix} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_2V_2 = \nu RT_2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1V_1}{p_2V_2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = R^2$$

$$\left\{\begin{matrix} \frac{p_1}{p_0} = R\cos 22{,}5^\circ \\ \frac{V_1}{V_0} = R\sin 22{,}5^\circ \\ \frac{p_2}{p_0} = R\sin 15^\circ \\ \frac{V_2}{V_0} = R\cos 15^\circ \end{matrix}\right.$$

$\Rightarrow p_1V_1 = p_0V_0R^2\cos 22{,}5^\circ \sin 22{,}5^\circ$ (2)

$\Rightarrow p_2V_2 = p_0V_0R^2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ (3)

$$(2),(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{2} \approx \boxed{1{,}4}$$

2) Запишем выражение для теплоёмкости.

$$\nu c\,dT = dA + \frac{5}{2}\nu R\,dT$$

$dA = d(pV)$ $\cancel{= \nu R dT}$ $d\left(p_0V_0R^2\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)$ (По аналогии с (2),(3))

~~Т.к. за малый промежуток pV не меняется значитель-~~

~~$\nu c\,dT = \nu R\,dT + \frac{5}{2}\nu R\,dT$~~

~~$c = R + \frac{5}{2}R$~~

Всюду на окружности $pV = p_0V_0R^2\frac{\sin 2\alpha}{2}$, где α — угол между R, пров. в данную точку, и Ox.

Черновик (4)

$$\frac{1}{2}\rho_0 V_0 R^2 \frac{d(\sin 2\alpha)}{dT} = \nu C - \nu R$$

По условию $C = 0$

$$\frac{d(\sin 2\alpha)}{dT} = -\frac{2\nu R}{\rho_0 V_0 R^2}$$

$$\cancel{2\sin\alpha\cos\alpha}$$

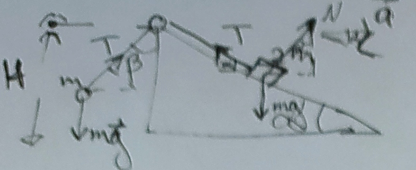
$$2\cos 2\alpha \frac{d\alpha}{dT} = -\frac{\nu R}{\rho_0 V_0 r^2}$$

$$\frac{d\alpha}{dT} = -\frac{1}{2\cos 2\alpha}\frac{\nu R}{\rho_0 V_0 r^2}$$

$$-\frac{\nu R}{\rho_0 V_0 r^2} T = \int (2\cos 2\alpha \, d\alpha)$$

Ответ: 1) $\frac{T_1}{T_2} = 1{,}4$

Черновик



ma

$dQ =$

$\nu C dT = dA + \frac{5}{2}\nu R dT$

$dA = d(pV)$

$T\sin\beta = ma$ $\Rightarrow$

$T\cos\beta - mg = ma_{верт}$

$2ma = N\sin\alpha - T\cos\alpha$

$2ma_1 = N\cos\alpha + T\sin\alpha - 2mg$

$\cancel{a_б = \sqrt{a^2 + a_1^2}}$

$a_{бL} = a\cos\alpha + a_1\sin\alpha$

$a_{шL} = a_{верт}\cos\beta + a\sin\beta$

$\alpha \approx \cancel{53{,}13}° \; 36{,}87°$

$\beta \approx \cancel{67{,}38} \; 22{,}62°$

$\vec{a}_{от} + \vec{a}_п = \vec{a}_б$

$$\frac{20\cdot\left(\frac{12}{13} + \cancel{0{,}8}\,0{,}6\right)}{4\cdot 0{,}3846\cdot 0{,}8 + 3} = 7{,}2$$

$v_{гб} = v_г$

$\vec{v}_{от} = (\vec{v}_б + \vec{v}_г) - \vec{v}_г$

$tg\alpha = \frac{a_{бб}}{a_{гб}}$

$0{,}3846$

$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{144}{169}} = \frac{5}{13}$

$tg\beta = \frac{5}{12}$

$4{,}17\cdot(1{,}6 + 0{,}3846)$

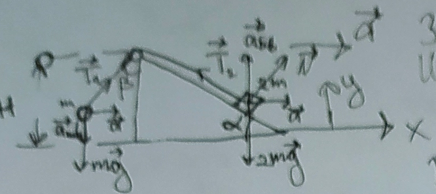
$+10(0{,}923 - 1{,}2)$

3

21201040 (U295529 M1269160)

~~Чистовик~~ Черновик

№1.



Запишем 2-й з-н Ньютона.

Шарик: $Ox:\ ma = T\sin\beta$ (1)

$Oy:\ m|a_{шб}| = mg - T\cos\beta$ (2)

Брусок: $Ox:\ 2ma = N\sin\alpha - T\cos\alpha$ (3)

$Oy:\ 2m\,a_{бб} = N\cos\alpha + T\sin\alpha - 2mg$ (4)

Брусок и шарик связаны нерастяжимой нитью, поэтому проекции их полных ускорений на нить равны.

$$a_{бб}\sin\alpha - a\cos\alpha = a_{шб}\cos\beta - a\sin\beta \quad (5)$$

1) Решим систему (1–5) относительно a.

$$a_{шб} = g - a\,\mathrm{ctg}\,\beta \quad (6)$$

$$\begin{cases} 2ma = N\sin\alpha - \dfrac{ma}{\sin\beta}\cos\alpha \\ 2ma_{бб} = N\cos\alpha + \dfrac{ma}{\sin\beta}\sin\alpha - 2mg \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\frac{2ma + \dfrac{ma}{\sin\beta}\cos\alpha}{2ma_{бб} + 2mg - \dfrac{ma}{\sin\beta}\sin\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha$$

$$2a\sin\beta + a\cos\alpha = (2a_{бб}\sin\beta + 2g\sin\beta - a\sin\alpha)\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

$$a_{бб} = \frac{\dfrac{2a\sin\beta + a\cos\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha} + a\sin\alpha - 2g\sin\beta}{2\sin\beta} = \frac{2a + a\dfrac{\cos\alpha}{2\sin\beta}}{\mathrm{tg}\,\alpha} + a\frac{\sin\alpha}{2\sin\beta} - g \quad (7)$$

Подставим (6), (7) в (5).

$$\left(2a\cos\alpha + a\frac{\cos^2\alpha}{2\sin\beta} + a\frac{\sin^2\alpha}{2\sin\beta} - g\sin\alpha\right) - a\cos\alpha = \left(g\cos\beta - a\frac{\cos^2\beta}{\sin\beta}\right) - a\sin\beta.$$

21201040 (U295529 M1369160)

~~Чистовик~~ Черновик (2)

$$a\cos\alpha + \frac{a}{2\sin\beta} - g\sin\alpha = g\cos\beta - \frac{a}{\sin\beta}$$

$$a\left(2\sin\beta\cos\alpha + \frac{3}{2}\right) = g(\cos\beta + \sin\alpha)$$

$$a = \boxed{\frac{2g(\cos\beta + \sin\alpha)}{4\sin\beta\cos\alpha + 3}}$$

$$a = \boxed{7{,}2\,\frac{м}{с^2}}$$

2) Т. о сложении ускорений:

$$\vec{a}_о + \vec{a}_п = \vec{a}_{аб}$$

В нашей ситуации

$$\vec{a}_п = \vec{a}$$

$$|a_{аб}| = \sqrt{a^2 + a_{об}^2}$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

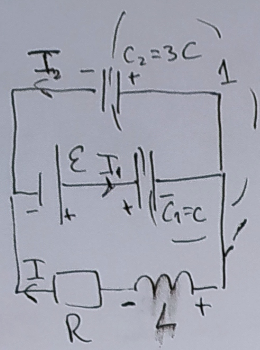
Шифр: **21201040**

ID профиля: **295529**

Вариант 6

Чистовик ①

№3



До замыкания:

$\mathcal{E} = U_1 + U_2$ (1), U_1, U_2 – U на конденс.

После замыкания:

$$\begin{cases} \mathcal{E} - L\dfrac{dI}{dt} = U_1 + IR \ (2) \\ L\dfrac{dI}{dt} = U_2 - IR \ (3) \end{cases}$$ (2-й з-н. Кирхгофа)

Однако сразу после замыкания I через $R = 0$, т.к. L препятствует резкому изменению тока через себя.

Вначале (до замыкания ключа) участок „1" изолирован от остальной цепи. Применяя к нему ЗСЗ получим $q_1 = q_2 = q$ (заряды на конденс. одинаковые)

(1): $\mathcal{E} = \dfrac{q}{C} + \dfrac{q}{3C} \Rightarrow 3C\mathcal{E} = 4q$

$$q = \frac{3C\mathcal{E}}{4}$$

(2): $\mathcal{E} - L\dot{I} = \dfrac{q}{C}$

$$\mathcal{E} - L\dot{I} = \frac{3\mathcal{E}}{4}$$

$$\dot{I} = \boxed{\frac{\mathcal{E}}{4L}}$$

2) ~~Запишем (3) ещё раз.~~

$\cancel{L\ddot{q} + R\dot{q} - \dfrac{q}{3C} = 0}$

$\cancel{I + I_2 = I_1}$

$\cancel{\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{dI_1}{dt} - \dfrac{dI_2}{dt}}$

21201040 (U295529 M1269161)

Вернемся к (1)

$$\mathcal{E} = \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{3C} \Rightarrow 3q_1 + q_2 = C\mathcal{E}$$

$$\Downarrow \frac{d}{dt}$$

$$I_2 = -3I_1$$

Также: $I + I_2 = I_1 \Rightarrow I = 4I_1 \ (4) \ ; \ I = -\frac{4}{3} I_2 \ (5)$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{dI_2}{dt} = \frac{dI_1}{dt}$$

$$(4) \to (2) \Rightarrow \mathcal{E} - 4L\dot{I}_1 = \frac{q_1}{C} + 4I_1 R$$

$$\ddot{q}_1 + \frac{R}{L}\dot{q}_1 + \frac{q_1}{4LC} = \mathcal{E}/4L \ (6)$$

$$(5) \to (3) \Rightarrow -\frac{4}{3}L\frac{dI_2}{dt} - \frac{q_2}{3C} - \frac{4}{3}I_2 R = 0$$

$$\ddot{q}_2 + \frac{R}{L}\dot{q}_2 + \frac{q_2}{4LC} = 0 \ (7)$$

Состояние равновесия: $\ddot{q}_2 = 0$

$\dot{q}_2 = 0$

$\ddot{q}_1 = 0$

$\dot{q}_1 = 0$

$\Downarrow$

$q_2 = 0$

$q_1 = \cancel{\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{C}}}\ \mathcal{E}C$

К этому состоянию система через долгое время и придет.

$$W_K = \frac{q_1^2}{2C} = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$$

$$W_H = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2\cdot 3C} = \frac{9C\mathcal{E}^2}{32} + \frac{3C\mathcal{E}^2}{32} = \frac{3}{8}C\mathcal{E}^2$$

$A_{ист} = \mathcal{E}\Delta q = \mathcal{E}(\Delta q_1 \cancel{+\Delta q_2})$ (т.к. через $\mathcal{E}$ течет I_1) =

$$= \mathcal{E}\left(\mathcal{E}C - \frac{3}{4}\mathcal{E}C\right) = \frac{C\mathcal{E}^2}{4}$$

Чистовик

③

ЗСЭ:

$$A = \Delta W + Q$$

$$Q = \frac{C\mathcal{E}^2 \cdot 2}{4} - \left(\frac{C\mathcal{E}^2 \cdot 4}{2} - \frac{3}{8}C\mathcal{E}^2\right) = \boxed{\frac{C\mathcal{E}^2}{8}}$$

3) Ток через $C_2 = I_0$

$\Downarrow$

$$I_1 = -\frac{I_0}{3}$$

(6) −(7)

$\Downarrow$

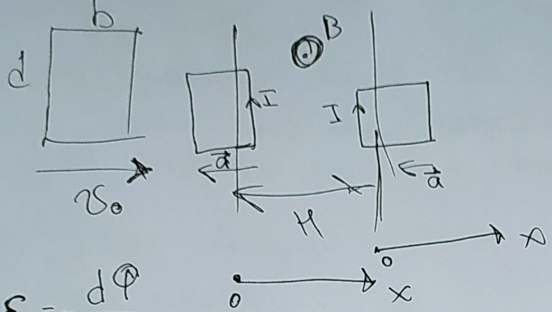
$$(\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2) - \left(\frac{R}{L}\cdot\frac{I_0}{3} + \frac{R}{L}I_0\right) + \frac{1}{4LC}(q_1 - q_2) = \frac{\mathcal{E}}{4L}$$

$$\ddot{I} - \frac{4R}{3L}I_0 +$$

Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{\mathcal{E}}{4L}$

2) $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{8}$

Чистовик №2. 4



1) $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

При въезжании: $d\Phi = d \cdot v_0 dt \cdot B$
(скорость не успела поменяться)

$\mathcal{E} = -d v_0 B$

$\mathcal{E} = IR \Rightarrow I = \frac{d v_0 B}{R}$

$F_A = IBd = \frac{v_0}{R} B^2 d^2$

$a = \frac{F_A}{m} = \boxed{\frac{v_0 B^2 d^2}{mR}}$

Отметим, что F_A, действ. на стороны длиной b на v не влияют, т.к. они взаимно компенсируются. А т.к. левая сторона еще не в поле, то она не комп. F_A на прав. сторону и v меняется.

2) $\mathcal{E} = -dB \cdot v(t)$

$\int a = \int \frac{B^2 d^2}{mR} \cdot v(t)$

$v = \frac{-B^2 d^2}{mR} X + C$, где X — координата правого края.

При $x = 0$ $v = v_0 \Rightarrow C = v_0$

$v = v_0 - \frac{B^2 d^2}{mR} X$

При $x = \frac{d}{4}$ въезд прекращается и скорость перестает меняться

Чистовик (5)

$$v_1 = \boxed{v_0 - \frac{B^2 d^3}{4mR}}$$

Такая скорость будет после въезда, а затем при полёте через поле она сохраняется $(\varepsilon = 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow F_A = 0)$, поэтому при выходе прав. стороны рамки из поля она также v_1.

3) При выезде сила Ампера снова будет замедлять рамку.

То есть уравнение то же:

$$v = C - \frac{B^2 d^2}{mR} x$$

При $x = 0$ $v = v_1$

$$C = v_1 = v_0 - \frac{B^2 d^3}{4mR}$$

Выезд при $x = \frac{d}{4}$

$$v_2 = v_0 - \frac{B^2 d^3}{4mR} - \frac{B^2 d^2}{mR} \cdot \frac{d}{4} = v_0 - \frac{B^2 d^3}{2mR}$$

Ответ: 1) $a = \frac{v_0 B^2 d^2}{mR}$

2) $v_1 = v_0 - \frac{B^2 d^3}{4mR}$

3) $v_2 = v_0 - \frac{B^2 d^3}{2mR}$

~~Чистовик~~ Черновик

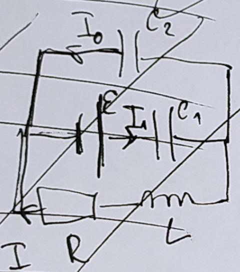
~~Система (2),(3)~~

$$\cancel{\begin{cases} \varepsilon - L\dot{I}_1 + L\dot{I}_2 - \frac{q_1}{C} - I_1R + I_2R = 0 \\ L\dot{I}_1 - L\dot{I}_2 - \frac{q_2}{3C} + I_1R - I_2R = 0 \end{cases}}$$

Мы имеем дело с RLC-контуром. Известно, что будут наблюдаться затухающие колебания. В конце концов при $t \to \infty$ $q_1, q_2 \to 0$, $I \to 0$. Это значит, что вся начальная энергия конденсаторов попадет в Q.

$$\cancel{Q = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2\cdot 3C} = \frac{9C\varepsilon^2}{32} + \frac{3C\varepsilon^2}{32} = \frac{12C\varepsilon^2}{32} = \boxed{\frac{3}{8}C\varepsilon^2}}$$

3) $\cancel{U_R = IR}$



$I_0 + I = I_1$

Следует также учесть работу источника.

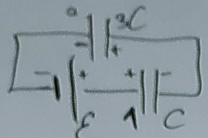
$A_{ист} = \varepsilon \Delta q$

Т.к. оба конденсатора разряжены, то $A_{ист}(t \to \infty) = \varepsilon \cdot 2q$

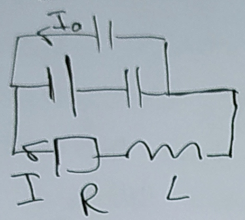
$$Q = W_{C_0} + A_{ист} = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2\cdot 3C} + \varepsilon\cdot 2q = \frac{3}{8}C\varepsilon^2 + \frac{3C\varepsilon^2}{2} = \boxed{\frac{15C\varepsilon^2}{8}}$$

3)

Черновик.
№3.



$$\varepsilon = U_1 + U_2 = \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{3C}$$



$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} = U_1 + IR$$

$$L\frac{dI}{dt} = U_2 - IR$$

$$\left.\begin{aligned} L\dot{I} &= \frac{q_2}{3C} \\ \varepsilon - L\dot{I} &= \frac{q_1}{C} \end{aligned}\right\} \Rightarrow q_1 + q_2 = \varepsilon C + 2CL\dot{I}$$

$$\frac{2q_2}{3} = 2CL\dot{I}$$

$$\frac{q_2}{3C} = L\dot{I}$$

$$q_1 = Ae^{pt} + B$$

$$\dot{q}_1 = \cancel{I}_1$$

$$\dot{\cancel{I}}_1 + \frac{R}{L}\cancel{I}_1 + \frac{q_1}{LC} = \varepsilon$$

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{3C} = \varepsilon$$

$$3q_1 + q_2 = C\varepsilon$$

$$\frac{R}{L}\dot{q}_1 + \frac{q_1}{LC} = y$$

$$\frac{dq_1}{dt}$$

$$\dot{y} = \frac{R}{L}\ddot{q}_1 + \frac{\dot{q}_1}{LC}$$

$$\ddot{q}_1 = \frac{L}{R}\dot{y} - \frac{R\dot{q}_1}{C}$$

$$Ae^{kt} + B$$

$$Ak^2 e^{kt} + A\frac{R}{L}ke^{kt} + \frac{(Ae^{kt} + B)}{LC} = \varepsilon$$

$$Ak^2 + Ak\frac{R}{L} + \frac{A}{LC} = 0 \qquad \frac{B}{LC} = \varepsilon$$