Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21201449**

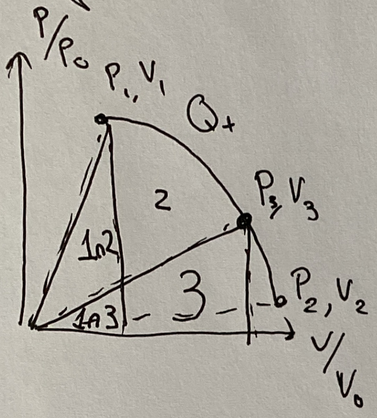
ID профиля: **171277**

Вариант 7

Значит; $\frac{y}{x} = \sqrt{\frac{3}{5}}$, т.е. $tg\,\varphi = \sqrt{\frac{3}{5}} \Rightarrow \varphi \approx 37{,}8^\circ$

лежит в диапазоне $[15^\circ; 60^\circ]$

3) До точки касания тепло подводится, а после — отводится (разворот по адиабате).



① $\frac{P_3}{V_3} = \sqrt{\frac{3}{5}}\frac{P_0}{V_0}$, $\left(\frac{P_3}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{V_3}{V_0}\right)^2 = R^2$

$\frac{P_3}{P_0} = q$; $\frac{V_3}{V_0} = p$

$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{3}{5}}$;

$\frac{3}{5}p^2 + p^2 = R^2$

$p^2 = \frac{5R^2}{8}$ $\quad p = R\cdot\sqrt{\frac{5}{8}} = \frac{V_3}{V_0}$

$\Downarrow$

$\frac{P_3}{P_0} = q = R\cdot\sqrt{\frac{3}{8}}$

② $Q_+ = \Delta U_+ + A_+$

$\Delta U_+ = \frac{3}{2}(P_3V_3 - P_1V_1) = \frac{3}{2}\left(RP_0\cdot\sqrt{\frac{3}{8}}\cdot RV_0\cdot\sqrt{\frac{5}{8}} - RP_0\cdot\cos 30^\circ\cdot RP_0\cdot\sin 30^\circ\right) =$

$= \frac{3}{2}R^2P_0V_0\left(\sqrt{\frac{15}{64}} - \frac{\sin 60^\circ}{2}\right) = \frac{3}{2}R^2P_0V_0\left(\frac{\sqrt{15}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3}{2}R^2P_0V_0\left(\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{8}\right) \approx 0{,}077R^2P_0V_0$

A_+ — как интеграл

"2" $= \pi R^2\cdot\frac{60-\varphi}{360} \approx \pi R^2\cdot 0{,}06 \approx 0{,}188R^2$ (здесь в других участках площади из рисунка)

"1" $= \frac{x_1\cdot y_1}{2} = \frac{R^2\cdot\cos 30^\circ\cdot\sin 30^\circ}{2} = \frac{R^2\cdot\sin 60^\circ}{4} = \frac{R^2\cdot\sqrt{3}}{8} \approx 0{,}216R^2$

"3" $= \frac{x_3y_3}{2} = \frac{\sqrt{\frac{3}{8}}R\cdot\sqrt{\frac{5}{8}}R}{2} = \frac{\sqrt{15}R^2}{16} \approx 0{,}242R^2$

$A_+ \approx 2 + 3 - 1 \approx P_0V_0\cdot(0{,}188 + 0{,}242 - 0{,}216)R^2 = 0{,}214R^2P_0V_0$

$Q_+ \approx 0{,}291R^2P_0V_0$

3) Аналогично

$\Delta U_- = \frac{3}{2}(P_3V_3 - P_2V_2) = \frac{3}{2}R^2P_0V_0\left(\frac{\sqrt{15}}{8} - \frac{\sin 30^\circ}{2}\right) = \frac{3}{2}R^2P_0V_0\left(\frac{\sqrt{15}}{8} - \frac{1}{4}\right) \approx 0{,}35R^2P_0V_0$

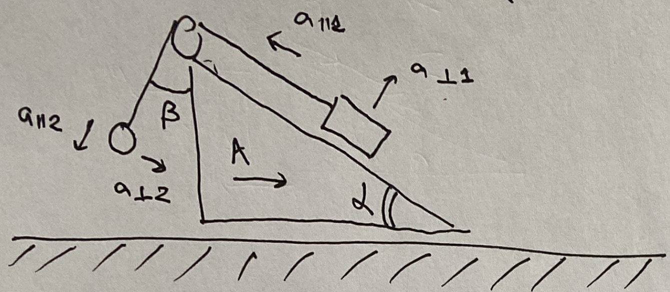
$A_- = (0{,}2R^2 + 0{,}25R^2 - 0{,}242R^2)P_0V_0 = 0{,}208R^2P_0V_0$

$Q_- = \Delta U_- - A_- = 0{,}142R^2P_0V_0$

④ $\eta = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} \approx 0{,}51$

Ответ: 1) 0,732; 2) $tg\,\varphi = \sqrt{\frac{3}{5}}$; 3) $\eta = 0{,}51$

Задача 1



① α, β - острые углы по смыслу задачи, тогда:

β: $\cos\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin\beta = \frac{4}{5}$

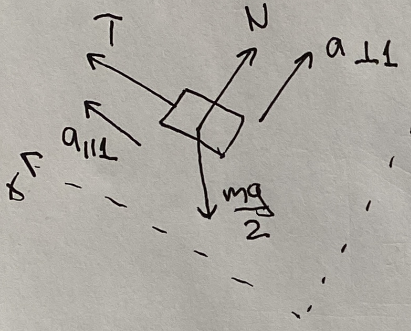
α: $\cos\alpha = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{12}{13}$

② A - ускорение клина

$a_{\parallel}$ - ускорение вдоль нити

$a_{\perp}$ - ускорение перпендикулярно нити

③ Брусок:



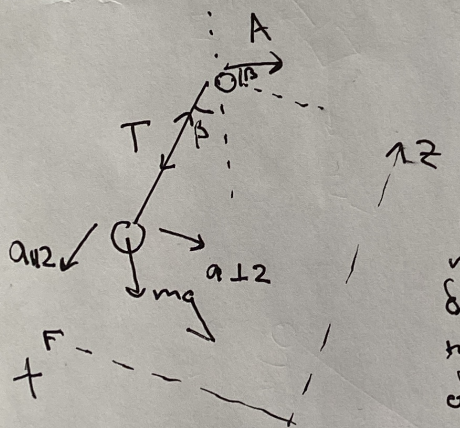
• Брусок не будет отрываться от клина, поэтому проекции ускорения бруска и клина на ось перпендикулярную поверхности клина, y равны:

$a_{\perp 1} = A\cdot\sin\alpha$

• II з.Н. на O_x:

$\frac{m a_{\parallel 1}}{2} = T - \frac{mg}{2}\cdot\sin\alpha \Rightarrow a_{\parallel 1} = \frac{2T}{m} - g\sin\alpha$

④ Шарик:



• Т.к. нить нерастяжима:

$a_{\parallel 2} = a_{\parallel 1} = a_{\parallel}$ (обозначим)

• Угол β между нитью и вертикалью очевидно не меняется, т.к. "физика" картинки не меняется от положений шарика и бруска (нет сил, зависящих от координаты). Очевидно, что, рассмотрев виртуальные перемещения, ускорение ~~шарика~~ точки нити до блока перпендикулярно ей должно быть равно нити у блока. Ускорение блока равно ускорению бруска (проекции). Таким образом:

$a_{\perp 2} = A\cdot\cos\beta$

• II з.Н. на O_z:

$m a_{\parallel} = mg\cdot\cos\beta - T$

Подставим из ③:

$2T - mg\cdot\sin\alpha = mg\cdot\cos\beta - T$

$3T = mg(\cos\beta + \sin\alpha) \Rightarrow T = \frac{mg(\cos\beta + \sin\alpha)}{3} = \frac{mg\left(\frac{3}{5} + \frac{12}{13}\right)}{3} = \frac{mg\left(\frac{39+60}{65}\right)}{3} = \frac{mg\cdot 33}{65}$

$mg\cdot 0{,}51$

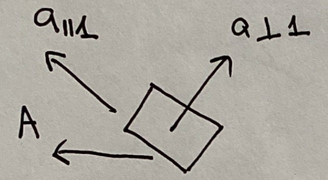
⑤: ④ II з.Н. на O_τ:

$ma_{\perp 2} = mg\cdot\sin\beta$

$mA\cdot\cos\beta = mg\cdot\sin\beta$

$A = g\cdot\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = g\cdot\frac{4}{3} = g\cdot\frac{4}{3} = \frac{4}{9}g$

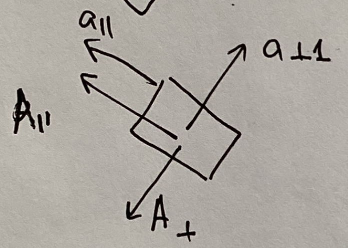
⑥ Перейдём в СО клина и найдём отн. ускорение:



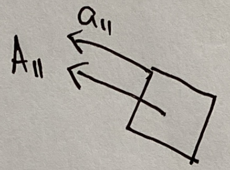
• В ③ мы выяснили, что проекция A на ⊥ равна $a_{\perp 1}$, поэтому $a_{\perp 1}$ можно убрать и взять составляющую A по поверхности клина

$A_\perp = a_{\perp 1}$

⇓



=>



• Подставим T во II з.Н. на O_z из ④:

$ma_\parallel = mg\cdot\cos\beta - \frac{33}{65}mg$

$a_\parallel = g\cdot\cos\beta - \frac{33}{65}g = g\left(\frac{3}{5} - \frac{33}{65}\right) = g\left(\frac{39-33}{65}\right) = \frac{6}{65}g$

• $A_\parallel = A\cdot\cos\alpha = \frac{4}{3}g\cdot\frac{5}{13} = \frac{20}{39}g$

• $A_{отн} = A_\parallel + a_\parallel = 0{,}6g$

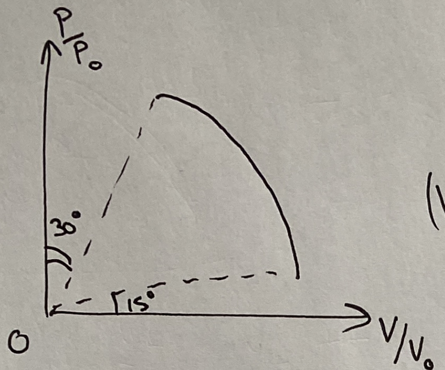
⑦ Очевидно, что отн. клина нить также нерастяжима, и т.к. всё отн. ускорение бруска направлено вдоль нити, то оно равно отн. ускорению шарика вдоль нити. Шарику нужно преодолеть дистанцию $\frac{H}{\cos\beta}$.

$\frac{A_{отн}T^2}{2} = \frac{H}{\cos\beta}$ ⇓ $T = \sqrt{\frac{2H}{\cos\beta A_{отн}}} = \sqrt{\frac{2H\cdot5\cdot845}{3\cdot578\,g}} = 2{,}35\sqrt{\frac{H}{g}}$

Ответ: 1) $A = \frac{4}{3}g$; 2) $A_{отн} = 0{,}6g$; 3) $2{,}35\sqrt{\frac{H}{g}} = T$

Задача 2

Численно 3 из 4



① Пусть радиус окружности равен R, тогда:

$$(x_1;y_1) = (R\cdot\sin 30^\circ ; R\cdot\cos 30^\circ)$$
$$\Downarrow$$
$$(V_1;P_1) = (R\cdot\sin 30^\circ\cdot V_0 ; R\cdot\cos 30^\circ\cdot P_0)$$
$$(x_2;y_2) = (R\cdot\cos 15^\circ ; R\cdot\sin 15^\circ)$$
$$\Downarrow$$
$$(V_2;P_2) = (R\cdot\cos 15^\circ\cdot V_0 ; R\cdot\sin 15^\circ\cdot P_0)$$

Из Менделеева - Клапейрона:

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R} ; \quad T_2 = \frac{P_2V_2}{\nu R}$$

$$k = \frac{|T_1 - T_2|}{T_2} = \frac{|P_1V_1 - P_2V_2|}{P_2V_2} = \frac{|\cos 30^\circ\cdot\sin 30^\circ - \cos 15^\circ\cdot\sin 15^\circ|}{\cos 15^\circ\cdot\sin 15^\circ} = \frac{|\sin 60^\circ - \sin 30^\circ|}{\sin 30^\circ} =$$
$$= \frac{\left|\frac{\sqrt3}{2} - \frac12\right|}{\frac12} = \sqrt3 - 1 \approx 0{,}732$$

② Теплоёмкость равняется 0 только на адиабате (следует из уравнения политропы), т.е. нам нужно найти точку касания адиабаты и дуги окружности.

$$PV^{\gamma} = const = PV^{\frac53} \qquad \left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac53, \text{ т.к. одноатомный}\right) \Rightarrow yx^{\frac53} = const$$

Запишем уравнение всей дуги окружности в первой четверти, а потом проверим, лежит ли в нужном диапазоне:

$$x^2 + y^2 = R^2 ; \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

Очевидно, что производные меняются монотонно и непрерывно, поэтому достаточно приравнять их:

• $(yx^{\frac53})' = 0$ $\quad dy\cdot x^{\frac53} + \frac53 x^{\frac23} dx\, y = 0 \Rightarrow dy\, x^{\frac53} = -\frac53 x^{\frac23} dx\, y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac53\frac{y}{x}$

• $(x^2+y^2)' = 0$ $\quad 2x\,dx + 2y\,dy = 0$

$x\,dx = -y\,dy$

$\frac{dy}{dx} \quad \frac{x}{y}$

$-\frac{x}{y} = -\frac53\frac{y}{x}$

$3x^2 = 5y^2$

$x = \sqrt{\frac53}\, y$ (извлекаем корень, учитывая $x \geq 0, y \geq 0$)

Часть 2

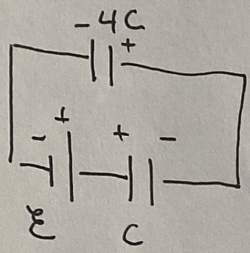
Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21201449**

ID профиля: **171277**

Вариант 7

Задача 3

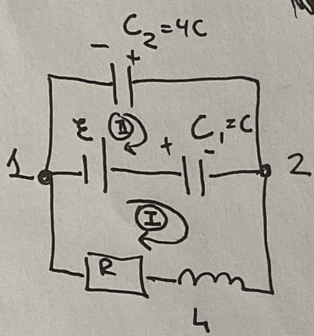


① Рассмотрим схему до замыкания. Через конденсаторы всегда текли равные токи, т.е. заряды равны.

II з. Кирхгофа:

$$\mathcal{E} = \frac{Q_0}{C} + \frac{Q_0}{4C} = \frac{5Q_0}{4C} \Rightarrow Q_0 = \frac{4C\mathcal{E}}{5}$$

② Рассмотрим схему сразу после замыкания. ~~Ток~~ Ток через катушку рывком не меняется, т.е. $I_L = 0$.



II з. Кирхгофа для (I):

$$\mathcal{E} = \frac{Q_0}{C} + U_L$$

$$U_L = \mathcal{E} - \frac{Q_0}{C} = \mathcal{E} - \frac{4}{5}\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{5} = L\dot{I}_L \Rightarrow \dot{I}_L = \frac{\mathcal{E}}{5L}$$

③ Рассмотрим установившийся случай после замыкания. Через конденсаторы ток не течет, а значит через резистор тоже.

II з. Кирхгофа для (I):

$$\mathcal{E} = U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = \mathcal{E}C$$

Т.к. $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, то заряд 4C равен нулю.

Через источник всегда тек такой же ток, что и через C, значит:

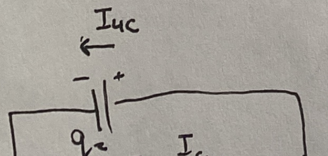
$$A_\mathcal{E} = \mathcal{E}\cdot(q - Q_0) = \frac{C\mathcal{E}^2}{5}$$

ЗСЭ:

$$A_\mathcal{E} = \Delta = \left(\frac{q^2}{2C} + W\right) - \left(\frac{Q_0^2}{2C} + \frac{Q_0^2}{8C}\right)$$

$$W = \frac{C\mathcal{E}^2}{5} + \frac{16C^2\mathcal{E}^2}{50C} + \frac{16C^2\mathcal{E}^2}{200C} - \frac{\mathcal{E}^2C^2}{2C} = C\mathcal{E}^2\left(\frac{1}{5} + \frac{8}{25} + \frac{2}{25} - \frac{1}{2}\right) = C\mathcal{E}^2\left(\frac{15}{25} - \frac{1}{2}\right) = C\mathcal{E}^2\left(\frac{30}{50} - \frac{25}{50}\right) = \frac{C\mathcal{E}^2}{10}$$

③



Запишем II з. Кирхгофа для (II) в произвольный момент времени:

$$U_C + U_{4C} = \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{4C} = \mathcal{E} = const$$

Из этого выражения следует, что если q_1 изменяется на Δ, то q_2 на -4Δ, а это нам говорит о!:

$$I_C = -I_{4C}$$

$$I_R = I_C - I_{4C} = 5I_C$$

В этот момент $I_C = I_0 \Rightarrow I_R = 5I_0$

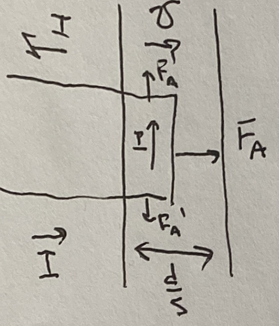
⇓

Ответ: 1) $\frac{\mathcal{E}}{5L}$; 2) $\frac{C\mathcal{E}^2}{10}$; 3) $5I_0$

Задача 4

① Рассмотрим момент когда рамка входит в поле:

$\mathcal{E} = -\dot{\Phi} = -B\dot{S} = -Bvd$ ($\dot{\Phi} = \dot{B}S + B\dot{S}$, но $B = const \Rightarrow \dot{\Phi} = B\dot{S}$)



По правилу правой руки ток потечёт против часовой стрелки. На часть рамки в поле начинает действовать сила Ампера по правилу левой руки направленная наружу. На движение рамки влияет только сила действующая на торец **d**, т.к. силы Ампера на горизонтальных участках компенсируются.

② $I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Bvd}{R}$

$F_A = BId = \frac{B^2 v d^2}{R}$

$a = \frac{F_A}{m} = \frac{B^2 v d^2}{Rm}$, т.е. $a_0 = \frac{B^2 v_0 d^2}{Rm}$

③ $a = kv$, где $k = \frac{B^2 d^2}{Rm}$

$dv = a\,dt = \frac{a\,dx}{v} = k\,dx$

Проинтегрировав:

$\Delta v = \frac{kd}{5} = \frac{B^2 d^3}{5Rm}$

⇓

$v_1 = v_0 + \Delta v = v_0 + \frac{B^2 d^3}{5Rm}$

④ Пока ни один из торцов не находится внутри поля, поток через рамку не меняется, а значит $\mathcal{E}$ не появляется, т.е. рамка движется с постоянной скоростью v_1.

⑤ При выходе т.к. поток будет уменьшаться, то $\mathcal{E}$ сменит знак, т.е. ток будет течь по часовой стрелке. Сила Ампера будет сжимать рамку и на движение будет влиять только F_A на торец. Случай абсолютно аналогичен первому с точностью до знака. Значит, скорость просто увеличится на такую же дельту.

$v_2 = v_1 + \Delta v = v_0 + \frac{2B^2 d^3}{5R}$

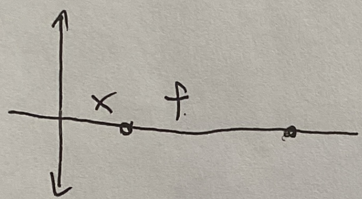
Ответ: 1) $\frac{B^2 d^2 v_0}{Rm}$ 2) $v_0 + \frac{B^2 d^3}{5Rm}$ 3) $v_0 + \frac{2B^2 d^3}{5Rm}$

Задача 5

① Человек близорукий, значит, ему нужны очки с собирающими линзами, т.к. фокус его глаза находится ближе, а собирающая линза при расстоянии меньше фокусного создаёт мнимое изображение (которое дальше).

② Из пояснения прокторов фраза "нулевые пределы аккомодации" означают, что человек может фокусироваться лишь на малом отрезке. Этот малый отрезок находится на расстоянии x.

③ Для чтения книги:



$$\frac{1}{x}-\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F}=D_1$$

④ Рассматривание удалённых предметов означает, что фокус переходит в бесконечность $(S>>x)$:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{\infty}=D_2=\frac{1}{x}$$ (грамотнее записать через предел)

⑤ Т.к. у собирающей линзы $D>0$ и $D_2>D_1$, то $\frac{D_2}{D_1}=3$, $D_1=D$, $D_2=3D$

③+④:

$$3D-\frac{1}{f_1}=D$$

$$D=\frac{1}{2f_1}=\frac{1}{50}\text{ см}^{-1}$$

⑥ $\frac{1}{x}=3D \Rightarrow x=\frac{1}{3D}=\frac{50}{3}\text{ см}\approx 16{,}66\text{ см}$

$$D_2=3D=\frac{3}{50}\text{ см}^{-1}$$

⑦ $\frac{1}{x}-\frac{1}{f_2}=D_3$

$$\frac{3}{50}-\frac{1}{50}=\frac{1}{25}=D_3$$

Ответ: 1) 16,66 см; 0,06 см$^{-1}$; 2) 0,04 см$^{-1}$