Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21201291**

ID профиля: **342128**

Вариант 8

Чистовик

Вариант 11-08

Задача 1. Дано:

$\cos\alpha = 3/5$

$\cos\beta = 5/13$

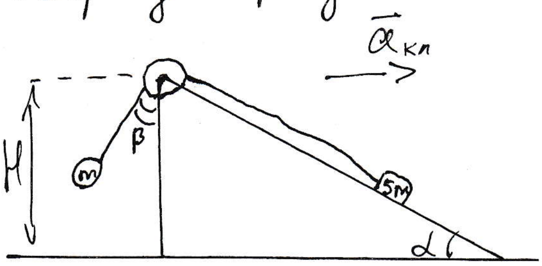
H

m

1) $a_{кл}$; 2) $a_{отн_ш}$

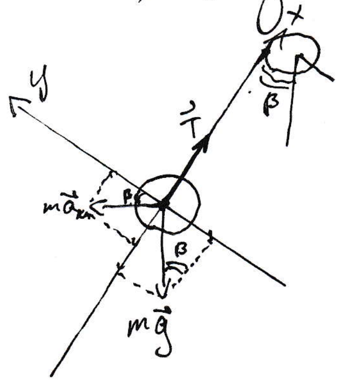
3) t

Нарисуем рисунок:



Обозначим ускорение клина, как $a_{кл}$.

Рассмотрим отдельно шарик в системе отсчёта, связанной с клином:



Для этого вычтем из сил, действующих на шарик, $m\vec{a}_{кл}$ и получим следующий рисунок. Проведём ось OX вдоль нити, OY - перпендикулярно OX.

Тогда мы понимаем, что, поскольку, относительно клина, шарик будет двигаться лишь вдоль нити, то ускорение его по оси OY равно нулю. Спроектируем $m\vec{a}_{кл}$ и $5m\vec{g}$ на оси и напишем равенства:

OY: $m a_{кл}\cos\beta - mg\sin\beta = 0$ ($a_{кл}$ берём по модулю)

$a_{кл}\cos\beta = g\sin\beta \Rightarrow a_{кл} = g\,\mathrm{tg}\,\beta$

Найдём $\mathrm{tg}\,\beta$ по тригонометрической формуле (т.к. $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$):

$$\mathrm{tg}\,\beta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\beta} - 1} = \sqrt{\frac{169}{25} - 1} = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

Итак, $a_{кл} = g\,\mathrm{tg}\,\beta = 2,4g$.

1) ~~Отв~~ Ответ: $2,4g$.

Стр. 1

Теперь напишем равенство по оси OX:

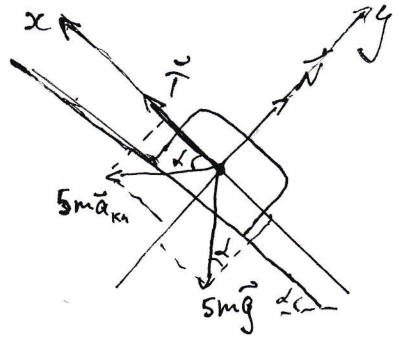
$\cancel{mg\cos\beta + mg\sin}$ $mg\cos\beta + m a_{кл}\sin\beta - T = m a_{отн_ш}$ (I)

где $a_{отн_ш}$ - ускорение шарика относительно клина

Чистовик

Вариант 11-08

Теперь рассмотрим силы, действующие на брусок в системе отсчёта относительно клина:



Для этого вычитаем $5m\vec{a}_{кл}$ из сил, действующих на брусок, как мы делали это с шариком.

Ось OX проведём вдоль нити, OY - перпендикулярно. (OX параллельна поверхности клина).

В такой системе отсчёта ускорение по оси OY равно нулю, а по оси OX равно $a_{отн_б}$ - ускорению бруска относительно клина:

$$OX:\ T + 5ma_{кл}\cos\alpha - 5mg\sin\alpha = 5ma_{отн_б}$$

$$T + 5m(a_{кл}\cos\alpha - g\sin\alpha) = 5ma_{отн_б} \quad (\text{II})$$

Но, поскольку брусок и шарик связаны нерастяжимой нитью, то их относительные ускорения одинаковы: $a_{отн_ш} = a_{отн_б} = a_{отн}$ (по модулю). Теперь запишем систему из уравнений (I) и (II):

$$\begin{cases} m(g\cos\beta + a_{кл}\sin\beta) - T = ma_{отн} \\ T + 5m(a_{кл}\cos\alpha - g\sin\alpha) = 5ma_{отн} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = m(g\cos\beta + a_{кл}\sin\beta - a_{отн}) \\ T = 5m(a_{отн} + g\sin\alpha - a_{кл}\cos\alpha) \end{cases}$$

Отсюда получаем уравнение:

$g\cos\beta + a_{кл}\sin\beta - a_{отн} = 5a_{отн} + g\sin\alpha - a_{кл}\cos\alpha$, заменим $a_{кл} = 2{,}4g$

$$6a_{отн} = g(\cos\beta - \sin\alpha + 2{,}4\sin\beta + 2{,}4\cos\alpha)$$

$$a_{отн} = \frac{g}{6}(\cos\beta - \sin\alpha + 2{,}4\sin\beta + 2{,}4\cos\alpha)$$

Найдём $\overset{\sin}{\cancel{\cos}}\beta$ и $\overset{\sin}{\cancel{\cos}}\alpha$ из основного тригонометрического тождества, помня, что, очевидно, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ и $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$:

$$\sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{1-\frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$$

Чистовик

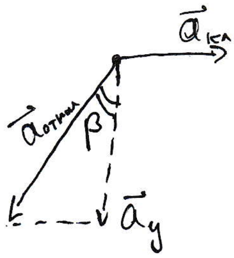
$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = 4/5$

Вычислим $a_{отн}$:

$$a_{отн} = \frac{g}{6}\left(\frac{5}{13} - \frac{4}{5} + \frac{2{,}4\cdot 12}{13} + \frac{2{,}4\cdot 3}{5}\right) = 0{,}59g$$

Ответ: $0{,}59g$.

2) Рассмотрим ускорение шарика, как сумму $\vec{a}_{отн_ш}$ и $\vec{a}_{кл}$, тогда



мы видим, что $\vec{a}_{кл}$ вектор параллелен земле и не влияет на вертикальную составляющую ускорения, назовём её $\vec{a}_y$. Как видно на рисунке, из прямоугольного треугольника: $a_y = a_{отн_ш}\cos\beta = a_{отн}\cos\beta =$

$$= \frac{0{,}59g\cdot 5}{13} = \frac{2{,}95g}{13}.$$

Тогда, напишем уравнение движения шарика по вертикали, движение будет равноускоренным, и, если шарик „упадёт" с высоты H за t секунд, то:

$H = \frac{a_y t^2}{2}$; $t = \sqrt{\frac{2H}{a_y}} = \sqrt{\frac{26H}{2{,}95g}}$. Проверим единицы измерения:

$[t] = \sqrt{\frac{м}{м/с^2}} = \sqrt{с^2} = [с]$ - всё верно.

3) Ответ: $\sqrt{\frac{26H}{2{,}95g}}$.

Чистовик

Вариант 11-08

Задача 2. Дано:

$C_V = \frac{5}{2}R$

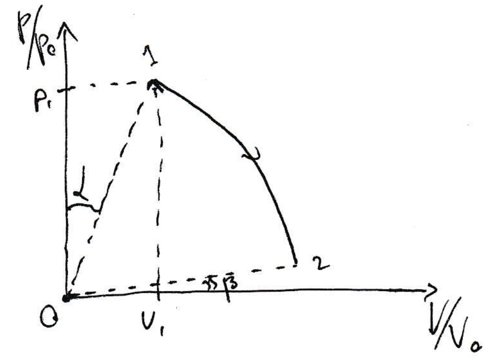
$i = 5$

$\alpha = 22{,}5^\circ$

$\beta = 15^\circ$

?) $\frac{T_1 - T_2}{T_2}$

Нарисуем график



Исходя из того, что масса газа не меняется, верно равенство:

$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$; Тогда $\frac{T_1 - T_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{p_2 V_2}$; Обозначим радиус окружности через R, тогда, поскольку произведение p на V – это площадь прямоугольника, то:

$$p_1 V_1 = R\sin\alpha \cdot R\cos\alpha = R^2 \sin\alpha\cos\alpha = \frac{R^2 \sin 2\alpha}{2} = \frac{R^2 \sin 45^\circ}{2} = \frac{R^2\sqrt{2}}{4}$$

$$p_2 V_2 = R\sin\beta \cdot R\cos\beta = R^2 \sin\beta\cos\beta = \frac{R^2 \sin 2\beta}{2} = \frac{R^2 \sin 30^\circ}{2} = \frac{R^2}{4}$$

Тогда: $$\frac{T_1 - T_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{p_2 V_2} = \frac{\frac{R^2\sqrt{2}}{4} - \frac{R^2}{4}}{R^2/4} = \frac{\frac{\sqrt{2}-1}{4}}{\frac{1}{4}} = \sqrt{2} - 1$$

1) Ответ: $\sqrt{2} - 1$.

Теплоёмкость находится по формуле (молярная теплоёмкость):

$$C = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U - A}{\nu \Delta T} = \frac{\frac{i}{2}\nu R\Delta T - \Delta(pV)}{\nu\Delta T}$$

$C = 0$, когда $\frac{i}{2}\nu R\Delta T = \Delta pV$ или $\frac{\Delta(pV)}{\Delta T} = \frac{i}{2}\nu R$

~~$\Delta p V$~~ Напишем зависимость функций от угла φ:

Стр. 4

$$pV = \frac{R^2 \sin 2\varphi}{2} ; \; T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{R^2 \sin 2\varphi}{2\nu R}$$

Вариант 11-08

Чистовик

Тогда $c = \frac{i\Delta(R^2 \sin 2\varphi) - 2\Delta(R^2 \sin 2\varphi)}{4\nu\Delta T} = \frac{3R^2 \sin 2\varphi}{4\nu\Delta T}$

$C = 0$ при $\sin 2\varphi = 0 \Rightarrow 2\varphi = \pi n, n \in \mathbb{Z}, \varphi = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$

Для нашего графика подходит $\varphi = \frac{\pi}{2} = 45°$.

$\sin\varphi = \sin\frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) Ответ: $45°$; $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

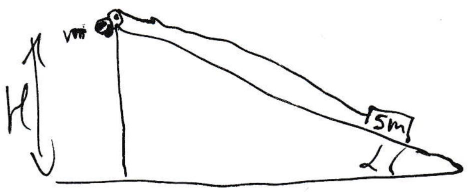
3) КПД находится по формуле: $\eta = \frac{A}{Q}$, где A работа газа.

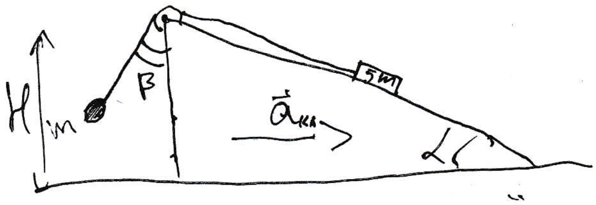
Работу газа можно найти

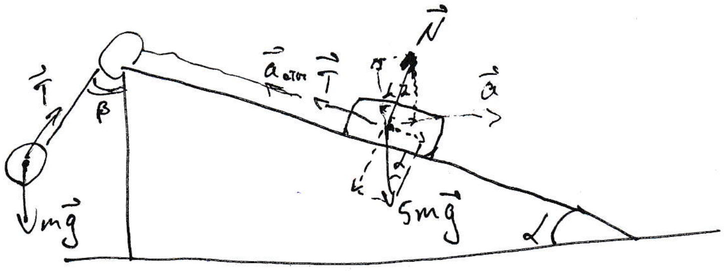
Черновик

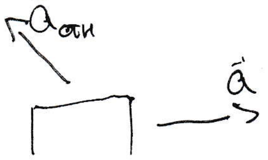
$\cos\alpha = 3/5 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}$.

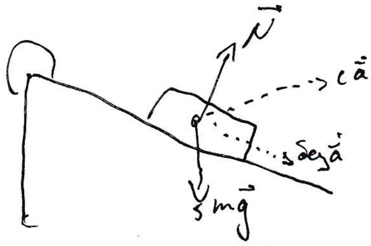
$\cos\beta = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin\beta = \frac{12}{13}$











$5m\vec{g} + \vec{N} = 5m\vec{a}$

$\vec{T} = 5m\vec{a}_{отн}$

$\vec{a}_{отн} = \vec{a}_{абс} - \vec{a}_{кл}$

$N\sin\alpha = 5ma$

$N\cos\alpha = 5mg$

Т не влияет на 5mg и N ✗

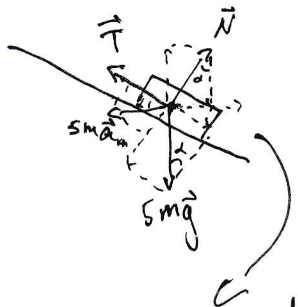
~~N sin α~~ покой:

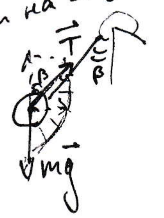
$5m a_{отн} = 5mg\sin\alpha$

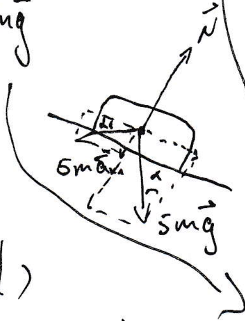
$N = 5mg\cos\alpha$

$a_{кл} > 0$: $5m a_{отн} = 5m a_{кл}\cos\alpha - 5mg\sin\alpha$

$N = 5m a_{кл}\sin\alpha + 5mg\cos\alpha$



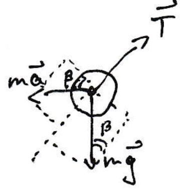




$N = 5m(a_{кл}\sin\alpha + g\cos\alpha)$

$5m a_{отн} = T + 5m(a_{кл}\cos\alpha - g\sin\alpha)$

$T = 5m(g\sin\alpha + a_{отн} - a_{кл}\cos\alpha)$



$m a_{кл}\cos\beta = mg\sin\beta$

$a_{кл} = g\,tg\beta =$

~~2,8~~ $2{,}4 \cdot 12 = 12^2 \cdot 0{,}2 = 144 \cdot 0{,}2 = 28{,}8$

$3{,}2 \,|\, 5$; $0{,}64$

$2{,}4 \cdot 3 = 7{,}2$

$33{,}8 \cdot 5 = 169$

$33{,}8 : 13 = 2{,}6$; 26 ; 78 ; 0

$\frac{1}{6}\left(\frac{33{,}8}{13} + \frac{3{,}2}{5}\right) \Rightarrow$

$\frac{1}{6}(2{,}6 + 0{,}64) = \frac{3{,}24}{6} = \frac{1{,}08}{2} = 0{,}59$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21201291**

ID профиля: **342128**

Вариант 8

Чистовик   Вариант 11-08

Задача 4.

Дано:

m

d

$b = \frac{2d}{3}$

v_0

R

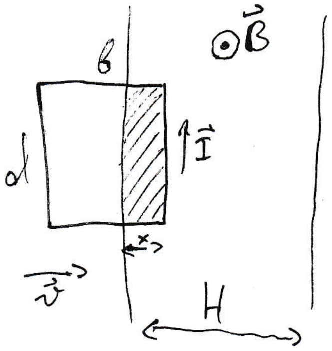
B

$H = 3d$

---

1) a_0
2) v_1
3) v_2

Рассмотрим рамку, когда она входит в магнитное поле:



Магнитный поток, в таком случае, через рамку будет равен: $\Phi = BS$, т.к. $\vec{B}$ ~~$\perp \vec{v}$~~ перпендикулярен плоскости рамки. Площадь будет равна $xd = S$, т.к рамка прямоугольная.

x – длина вошедшей в поле части нижней (а значит и верхней) стороны рамки. Напряжение в рамке будет равно:

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{Bd\Delta x}{\Delta t} = Bdv.$$

Сила тока в рамке по закону Ома: $I = \frac{U}{R} = \frac{Bdv}{R}$.

Поскольку вектор $\vec{B}$ направлен на нас (как видно из рисунка), то сила тока $\vec{I}$, по правилу буравчика, в правой стороне рамки будет направлена к верхней стороне рамки.

Теперь рассмотрим силу Ампера, действующую на рамку. Силы, действующие на верхнюю и нижнюю стороны уравновешивают друг друга, а сила, действующая на правую сторону направлена вправо (по правилу левой руки) и равна:

$F_A = BI$, поскольку $\vec{B} \perp \vec{I}$.

$F_A = BI = \frac{B^2dv}{R}$;

Ускорение, действующее на рамку, будет равно по II закону Ньютона:

$$a = \frac{F_A}{m} = \frac{B^2 d v}{Rm} \cdot (I)$$

a_0 - ускорение сразу после вхождения рамки в поле, будет равно:

$$a_0 = \frac{B^2 d v_0}{Rm}$$, и направлено вправо.

1) Ответ: $\frac{B^2 d v_0}{Rm}$, направлено вправо.

Рассмотрим теперь, что будет происходить со скоростью рамки:

$$v = v_0 + at = v_0 + \frac{B^2 d v}{Rm} t.$$

В формуле (I) представим скорость, как $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, тогда:

$$a = \frac{B^2 d \Delta x}{Rm \Delta t}.$$

Итак, представим скорость и ускорение как функции $v(t)$ и $a(t)$. Тогда из физического смысла производной: $a(t) = v'(t)$ и из формулы (I):

$$v'(t) = \frac{B^2 d v(t)}{Rm}$$ – получили дифференциальное уравнение. Нетрудно решить его и увидеть, что:

$$v(t) = e^{\frac{B^2 d t}{Rm}}$$; Тогда мы можем найти функцию $x(t)$, как первообразную $v(t)$.

Чистовик

Вариант 11-08

~~Причём константа~~

Причём, вспомним, что начальная скорость v_0 и воспользуемся определённым интегралом, чтобы узнать, при каком v_1 рамка пройдёт расстояние $x = b = \frac{2d}{3}$, то есть целиком войдёт в поле. Но сперва определим зависимость: $x(t)$ как неопределённый интеграл.

$$\cancel{\frac{2d}{3} = x(v_1) - x(v_0) = \int_{v_0}^{v_1} v(t)\,dt = \int_{v_0}^{v_1} e^{\frac{B^2 d t}{Rm}} dt = \frac{Rm}{B^2 d}\left(e^{v_1} - e^{v_0}\right)}$$

~~Таким образом:~~

$$\cancel{e^{v_1} - e^{v_0} = \frac{2B^2 d^2}{3Rm}}$$

$$x(t) = \int v(t)\,dt = \int e^{\frac{B^2 d t}{Rm}} dt = \frac{Rm\, e^{\frac{B^2 d t}{Rm}}}{B^2 d} + C = \frac{Rm\, v(t)}{B^2 d} + C,$$ то есть

$$x(v) = \frac{Rmv}{B^2 d} + C;$$ Далее сделаем как было сказано выше

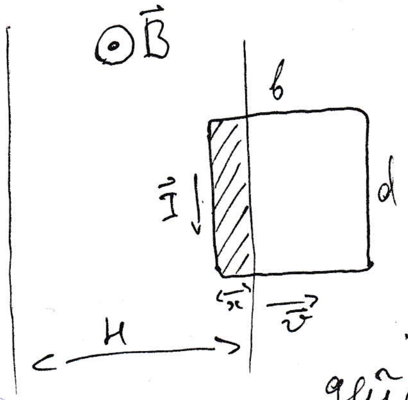
$$\frac{2d}{3} = x(v_1) - x(v_0) = \frac{Rm}{B^2 d}(v_1 - v_0);$$

$$v_1 - v_0 = \frac{2B^2 d^2}{3Rm}; \quad v_1 = \frac{2B^2 d^2}{3Rm} + v_0.$$

Заметим, что когда рамка целиком войдёт в поле, то сила, действующая на левую сторону рамки, уравновесит силу, действующую на правую, и рамка станет двигаться равномерно, а значит, поскольку $H > b$, скорость при выходе правой стороны рамки из поля равна скорости при входе левой в поле и равна v_1.

2) Ответ: $\frac{2B^2 d^2}{3Rm} + v_0$, направлена вправо.

Далее, рассмотрим рамку в момент выхода из поля:



Аналогично рассуждениям в первой части решения, но с учётом того, что теперь в магнитном поле находится левая сторона, мы понимаем, что сила Ампера действует против скорости: $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{v}$, но выражается тем же законом. Тогда, следуя рассуждениям, аналогичным второй части решения, мы получим:

$$\frac{2d}{3} = \frac{Rm}{B^2 d}(v_1 - v_2)$$

, т.к. $a < 0$, далее:

$$v_2 = v_1 - \frac{2B^2d^2}{3Rm} = \cancel{\frac{2B^2d^2}{3Rm}} + v_0 - \cancel{\frac{2B^2d^2}{3Rm}} = v_0$$

Итак, $v_2 = v_0$, что также вполне логично, исходя из закона сохранения энергии.

3) Ответ: v_0, направлена вправо.

Чистовик

Вариант 11-08

Задача 5.

Дано:

$d_ч = 25$ см $= 0{,}25$ м

$D_д = 5 D_{дч}$

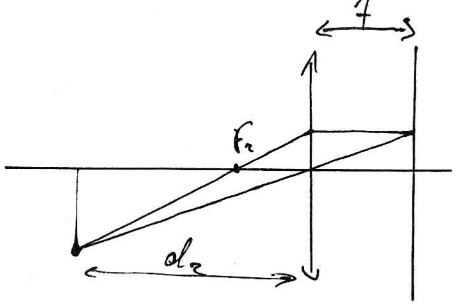
$d_к = 50$ см

---

1) x; $D_д$

2) $D_к$

Нарисуем ход лучей при чтении текста на расстоянии 25 см в соответствующих очках:



Представим глаз в упрощённой форме, f - расстояние от линзы (хрусталик + очки) до задней стенки глаза, где собирается свет. Тогда, воспользовавшись формулой тонкой линзы и знанием, что оптические силы линз складываются, обозначив оптическую силу глаза, как D, а очков для чтения — $D_ч$:

$$D + D_ч = \frac{1}{f} + \frac{1}{d_ч} \text{ (I)},$$ где $d_ч = 25$ см $= 0{,}25$ м.

Предположим, что очки для рассматривания удалённых предметов предназначены для рассмотрения бесконечно далёких предметов и $d_д \to \infty$, тогда формула тонкой линзы, если $D_д$ - оптическая сила очков для удалённых предметов, принимает вид:

$$D + D_д = \frac{1}{f} + \frac{1}{d_д} = \frac{1}{f} \text{ (II)} \left(\text{Поскольку } \frac{1}{d_д} \to 0\right).$$

Уравнения (I) и (II) объединим в систему:

$$-\begin{cases} D + D_ч = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{d_ч} \\ D + D_д = \dfrac{1}{f} \end{cases}$$; вычтем (II) из (I).

$$D_ч - D_д = \frac{1}{d_ч}$$; вспомним, что $D_д = 5 D_{дч}$

$$-4 D_{дч} = \frac{1}{d_ч}$$

$$D_{дч} = -\frac{1}{4 d_ч};\quad D_{дч} = -\frac{1}{4 \cdot 0{,}25} = -1 \text{ (дптр)};$$ $D_д = -5$ (дптр). Мы нашли оптическую силу очков для рассматривания уда-

лённых предметов.

~~1)~~ Теперь найдём x – расстояние, на котором человек видит текст без очков. По формуле тонкой линзы:

$D = \frac{1}{f} + \frac{1}{x}$ (III). Объединим это уравнение в систему с уравнением (II):

$$-\begin{cases} D = \frac{1}{f} + \frac{1}{x} \\ D + D_g = \frac{1}{f} \end{cases}$$

$$D_g = -\frac{1}{x} \Rightarrow x = -\frac{1}{D_g} = 5 \text{ (м)}.$$

~~Это означает, что, поскольку человек не может читать с отрицательного расстояния – это противоречит здравому смыслу, значит человек вовсе не способен читать без очков.~~

~~1) Ответ: Такого x не существует: человек не может читать без очков. Оптическая сила очков для рассматривания удалённых предметов равна 1.~~

1) Ответ: Человек читает без очков с расстояния 5 м. Оптическая сила очков для дали равна −5 дптр.

Подставим значение 50 см = 0,5 м в систему вместо ур-я (III) в формулу тонкой линзы и решим (найдём D_k).

$$-\begin{cases} D + D_g = \frac{1}{f} \\ D + D_k = \frac{1}{f} + \frac{1}{0{,}5} \end{cases}$$, где D_k – искомая оптическая сила.

$$D_k - D_g = 2 \Rightarrow D_k = 2 + D_g = 2 - 5 = -3 \text{ (дптр)}.$$

2) Ответ: Потребуются очки силой −3 дптр.

Черновик

$$v'(t) = \frac{B^2 d\, v(t)}{Rm}$$

$$v(t) = e^{\frac{B^2 d t}{Rm}}$$

$$x(t) = \int v(t)dt\Big|_{c=0} = \frac{Rm\, e^{\frac{B^2 d t}{Rm}}}{B^2 d} + C = \frac{Rmv}{B^2 d} + C; \quad x(v) = \frac{Rmv}{B^2 d}$$

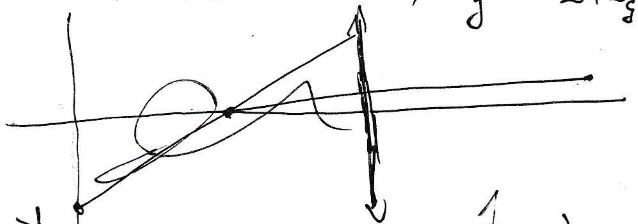
$$x = \frac{2d}{3} \Rightarrow \frac{2d}{3} = \frac{Rmv}{B^2 d}; \quad v = \frac{2B^2 d^2}{3Rm}; \quad \frac{H^2 \cancel{A^2} \cdot м^2}{\cancel{A}\cancel{A} \cdot B^2 \cdot кг} = \frac{c \cdot кг^2 \cdot м^2 \cdot м^2}{\cancel{A}\cancel{A}\Delta * \cdot c^2 \cdot кг^2}$$

$$\frac{H^2 \cdot м^2 \cdot A}{A^2 \cdot B \cdot кг} = \frac{\Delta *^2 \cdot c}{\Delta * \cdot кг} = \frac{\cancel{кг} \cdot м \cdot \cancel{c}}{c^2 \cdot \cancel{кг}} = м/c$$

$\mathcal{D}$; $\mathcal{D}_g$; $\mathcal{D}_{\text{дальн.}}$

$$\frac{\mathcal{D}_r}{\mathcal{D}_g} = 5$$

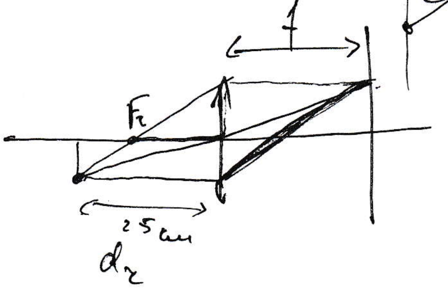
$$F_r = \frac{1}{\mathcal{D}+\mathcal{D}_r}; \quad F_g = \frac{1}{\mathcal{D}+\mathcal{D}_g}$$

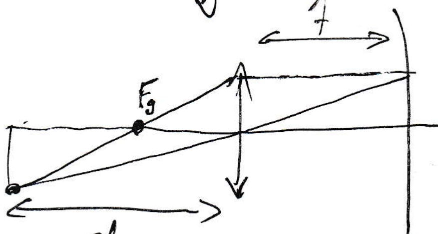


$$4 + \frac{1}{f} = \mathcal{D} + 5$$

$$\frac{1}{f} - 1 = \mathcal{D} \qquad \frac{1}{f} = \mathcal{D} + 1$$

$$\mathcal{D} - \frac{1}{f} = -1.$$





$$4 + \frac{1}{f} = \mathcal{D} + \mathcal{D}_r$$

$$\frac{1}{d_g} + \frac{1}{f} = \mathcal{D} + \mathcal{D}_g$$

$$\mathcal{D}_g + \mathcal{D} + \frac{1}{f} = 0$$

$$5\mathcal{D}_g + \mathcal{D} + \frac{1}{f} = 4$$

$$4 - \frac{1}{d_g} = \mathcal{D}_r - \mathcal{D}_g$$

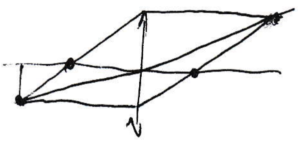
$$\mathcal{D} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{4 - \mathcal{D}_r}{\frac{1}{d_g} - \mathcal{D}_g} = 1$$

$$d_g \to \infty$$

$$d_g = \frac{1}{4 - 4\mathcal{D}_g} \qquad 4 - \frac{1}{d_g} = 4\mathcal{D}_g$$

$$4 = 4\mathcal{D}_g$$



$$\frac{1}{d_r}4 + \frac{1}{f} = \mathcal{D} + 5\mathcal{D}_g$$

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{x} = \mathcal{D}; \quad \frac{1}{x} = -1. \; ?$$

$$\frac{1}{f} = \mathcal{D} + \mathcal{D}_g$$

$$\frac{1}{d_r}4 = 4\mathcal{D}_g \Rightarrow \mathcal{D}_g = \frac{1}{4d_r} = 1$$

$$\frac{1}{d_g} + \frac{1}{f}4 = \frac{5\mathcal{D}\mathcal{D}_g}{\mathcal{D}+5\mathcal{D}_g}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{\mathcal{D}\mathcal{D}_g}{\mathcal{D}+\mathcal{D}_g}$$