Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21203054**

ID профиля: **278851**

Вариант 8

Чистовик

Задача 1

Решение: 1) Сделаем схематический рисунок:

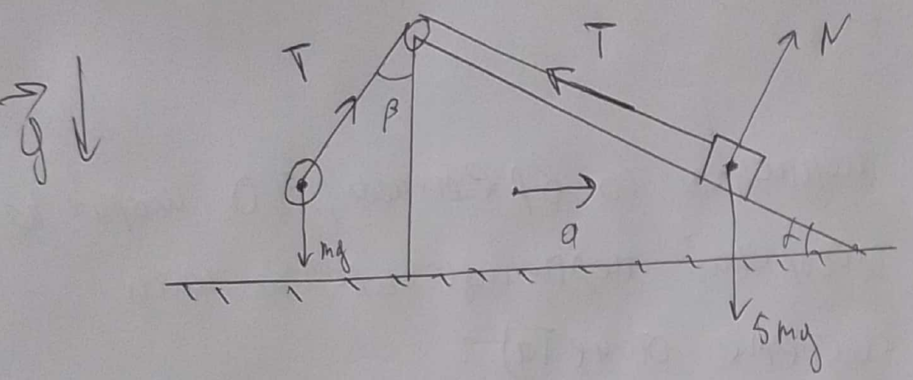


рис. 1

2) Т.к. нить невесомая, блок тоже невесомый, трением можно пренебречь по условию, а значит сила натяжения нити постоянна по всей длине, на рисунке она обозначена T.

3) Перейдем в неинерциальную систему отсчета, где клин покоится, то есть в С.О. с ускорением $\vec{a}$. Тогда на остальные тела будет действовать сила инерции ma, и $5ma$ направление влево. Сделаем новый пояснительный рисунок:

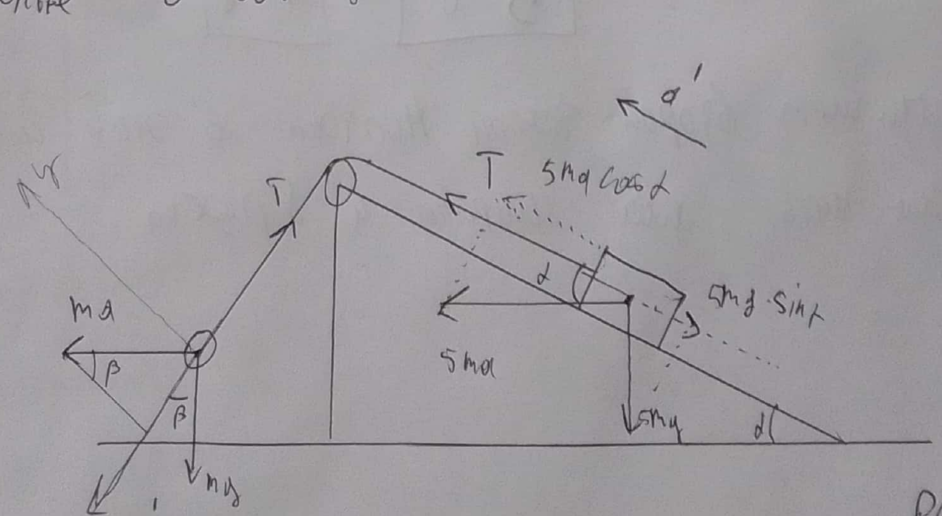


рис. 2

Сканировано с CamScanner

Чистовик

4) Т.к. нить нерастяжима, то её длина не меняется, а значит скорости бруска и шарика в направлении по нить — одинаковы, а значит и ускорения тоже. Обозначим это ускорение a'.

5) Т.к. угол β не меняется со временем, то шарик не имеет скорости и ускорений перпендикулярно нити (в неинерциальной системе отсчёта):

$$ma_y = ma \cdot \cos\beta - mg\sin\beta, \quad \text{но } a_y = 0$$

$$0 = ma\cos\beta - mg\sin\beta$$

$$\boxed{a = g\,tg\beta}$$, заметим: $\cos\beta = \frac{5}{13}$, $\sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{12}{13}$

$$a = g\frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{12}{13} : \frac{5}{13} \cdot g = \boxed{\frac{12}{5}g} \approx \boxed{2{,}4g}$$

6) Теперь запишем второй закон Ньютона в этой системе в направлении по нить для шарика и бруска

Чистовик

$$ma' = ma\sin\beta + mg\cos\beta - T$$
$$+$$
$$5ma' = 5ma\cos\alpha + T - 5mg\sin\alpha$$

$$6ma' = 5ma\cos\alpha - 5mg\sin\alpha + ma\sin\beta + mg\cos\beta \quad \Big| : 6m$$

$$a' = \frac{5a\cos\alpha - 5g\sin\alpha + a\sin\beta + g\cos\beta}{6}$$

Сначала найдём численные значения тригонометрических функций:

$$\cos\alpha = \frac{3}{5}, \quad \sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\beta = \frac{5}{13}, \quad \sin\beta = \frac{12}{13}$$

а также $a = \frac{12}{5}g$.

$$a' = \frac{5\frac{12}{5}g\cdot\frac{3}{5} - 5g\cdot\frac{4}{5} + \frac{12}{5}g\cdot\frac{12}{13} + g\cdot\frac{5}{13}}{6} =$$

$$= \frac{\frac{36}{5} - 4 + \frac{1}{5\cdot 13}(12^2+5^2)}{6}g = \frac{\frac{16}{5} + \frac{13^2}{5\cdot 13}}{6}g =$$

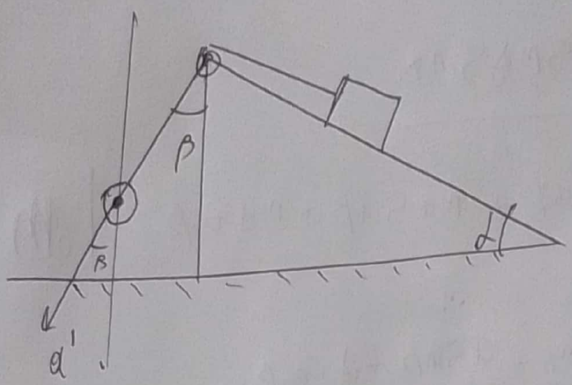
$$= \frac{29}{5\cdot 6}g = \boxed{\frac{29}{30}g}$$

Именно с таким ускорением брусок и шарик движутся относительно клина.

3

Чистовик

7) Вернёмся к рисунку:



В этой системе отсчёта шарик имеет вертикальное ускорение

$a_{\perp}^{*} = a' \cdot \cos\beta$, направленное вниз.

$$a_{\perp} = \frac{29}{30} \cdot \frac{5}{13} g = \frac{29}{6 \cdot 13} g = \frac{29}{78} g$$

В начальный момент времени шарик не имел скорости, значит для нахождения времени справедлива формула:

$$H = \frac{a_{\perp} t^2}{2};$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{a_{\perp}}} = \sqrt{\frac{2H \cdot 78}{29 g}} = \boxed{\sqrt{\frac{156 H}{29 g}}}$$

Именно через такое время он коснётся ~~пола~~ стола, а т.к. время во всех системах отсчёта одинаково, то и в неподвижной системе отсчёта наблюдателя также пройдет время t:

$$t = \sqrt{\frac{156 H}{29 g}}$$

Чистовик

Ответ:

1) ускорение клина $a = \frac{12}{5} g \simeq 2{,}4 g$

2) относительно клина брусок движется с ускорением

$a' = \frac{29}{30} g$

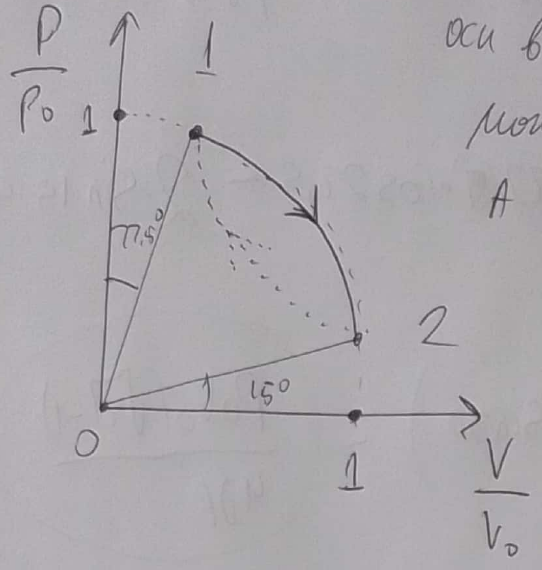
3) шарик достигнет стола через $t = \sqrt{\frac{186H}{29g}}$;

5

Чистовик

Задача 2

Решение: 1) Сделаем pV диаграмму: Для удобства будем считать, что окружность пересекает оси в точках (0,1), (1;0). Это всегда можно сделать, изменив масштаб. А также, это не повлияет на конечный результат



2) Используем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT$$

Будем считать, что количество вещества не меняется в течении процесса, тогда температура полностью характеризуется произведением pV, значит

$$T_1 = \frac{1}{\nu R}(p_1V_1)$$

$$T_2 = \frac{1}{\nu R}(p_2V_2)$$

$$\Delta T_{1-2} = \frac{1}{\nu R}(p_1V_1 - p_2V_2)$$

Из геометрических соображений запишем давления и объемы:

$P_1 = P_0 \cos 22{,}5$, $V_1 = P_0 \cdot \sin 22{,}5$ чистовик

$V_2 = V_0 \cdot \cos 15^\circ$, $P_2 = P_0 \cdot \sin 15^\circ$, тогда:

$$\Delta T_{1-2} = \frac{1}{\nu R}\left(P_0 V_0 \sin 22{,}5 \cdot \cos 22{,}5 - P_0 V_0 \cdot \sin 15 \cdot \cos 15\right) =$$

$$= \frac{P_0 V_0}{2\nu R}\left(2 \sin 22{,}5^\circ \cdot \cos 22{,}5 - 2 \cdot \sin 15 \cdot \cos 15\right) =$$

$$= \frac{P_0 V_0}{2\nu R}\left(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ\right) = \frac{P_0 V_0(\sqrt{2}-1)}{4\nu R},$$

$$T_2 = \frac{1}{\nu R}\left(P_0 V_0 \sin 15 \cdot \cos 15\right) = \frac{P_0 V_0}{2\nu R} \cdot 2 \sin 15 \cdot \cos 15 =$$

$$= \frac{P_0 V_0}{2\nu R} \sin 30 = \frac{P_0 V_0}{4\nu R},$$

$$k = \frac{\Delta T_{1-2}}{T_2} = \frac{\frac{P_0 V_0(\sqrt{2}-1)}{4\nu R}}{\frac{P_0 V_0}{4\nu R}} = \boxed{\sqrt{2} - 1 \approx 0{,}414}$$

Это и будет отношение разности температур 1-2, к температуре в точке 2.

Чистовик

3) Запишем ~~второе на~~ первое начало термодинамики:

$$\delta Q = \delta A + dU,$$

Т.к. газ двухатомный $dU = \frac{5}{2}\nu R dT$, δA, по определению $p \cdot dV$, а $\delta Q = C \cdot dT$, где C – теплоёмкость газа в процессе в данный момент. Тогда:

$$C \cdot dT = p dV + \frac{5}{2}\nu R dT;$$

Теперь продифференцируем уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu R T$$

$$d(pV) = d(\nu R T)$$

$$p dV + V \cdot dp = \nu R dT;$$

А также запишем уравнение процесса 1-2. Это является дугой окружности, а уравнение окружности, как известно: $x^2 + y^2 = R^2$. В роли x - у нас выступает $\left(\frac{V}{V_0}\right)$, а y - $\left(\frac{p}{p_0}\right)$. Эти величины безразмерны, значит физический смысл нарушен не будет. R – некоторая постоянная, характеризующая „радиус", мы прежде отмечали, что $R = 1$, для.

7

Чистовик

удобства, однако самое важное что она константа, и сейчас мы это увидим:

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = R^2$$

$$d\left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right) = d(R^2), \quad d(const) = 0$$

$$2\frac{P\cdot dP}{P_0^2} + 2\frac{V\cdot dV}{V_0^2} = 0$$

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)\left(\frac{dP}{P_0}\right) + \left(\frac{V}{V_0}\right)\left(\frac{dV}{V_0}\right) = 0 \qquad dp = \frac{-P_0^2}{P}\left(\frac{V\cdot dV}{V_0^2}\right)$$

Именно так и будет выглядеть уравнение, если процесс проходит через точки (0;1), (1;0) а этого всегда можно добиться путём замены V_0 на V_0', удовлетворяющему требованиям. Тогда запишем:

$$C\cdot dT = p\cdot dV + \frac{5}{2}\nu R dT$$

$$C\cdot dT = p\cdot dV + \frac{5}{2}(p\cdot dV + V\cdot dp)$$, а теплоемкость будем считать равную нулю. $C=0$, тогда

$$\frac{7}{2}pdV + \frac{5}{2}V\cdot dp = 0$$

$$7pdV + 5V\cdot dp = 0$$

Чистовик

$$7p\,dV + 5V\left(-\frac{p_0^2}{p}\left(\frac{V\,dV}{V_0^2}\right)\right) = 0$$

$$7p\,dV = \frac{5Vp_0^2}{p}\frac{V\,dV}{V_0^2}$$

$$7\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 5\left(\frac{V}{V_0}\right)^2$$

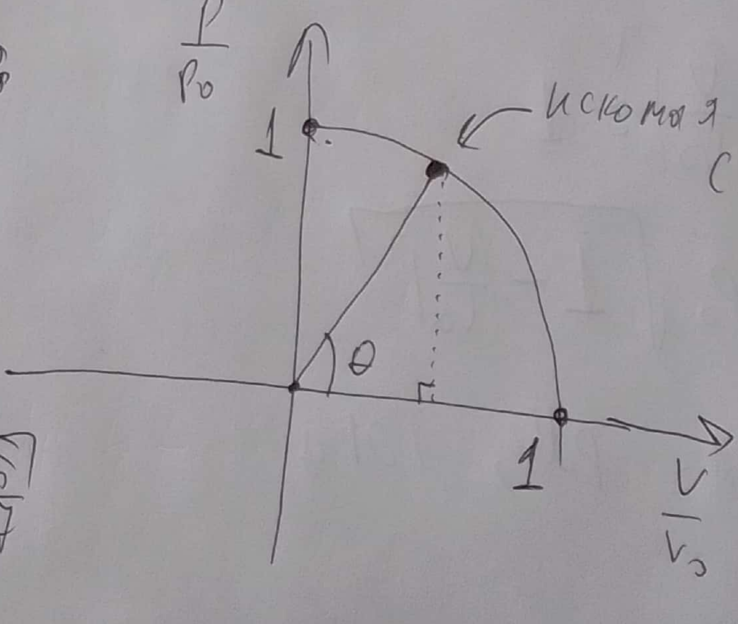
$$\left(\frac{\frac{p}{p_0}}{\frac{V}{V_0}}\right)^2 = \frac{5}{7}$$

$$\frac{p/p_0}{V/V_0} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

Значит в точке с теплоемкостью равной нулю в процессе расширения, должно выполняться получение условие. Посмотрим какой смысл имеет $\frac{p/p_0}{V/V_0}$?

Значит $\frac{p/p_0}{V/V_0}$, это

ничто иное, как $\sin\theta$



$$\sin\theta = \frac{p/p_0}{V/V_0} = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

10

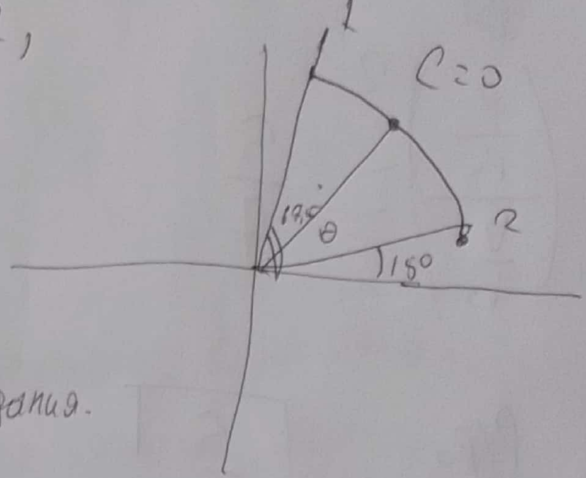
Чистовик

А это и есть искомый угол с горизонтальной осью.

Значит $\boxed{\sin\theta = \sqrt{\frac{5}{7}}} \Rightarrow \sin\theta = 0{,}845 \Rightarrow$

$$\theta = 57{,}68^\circ$$

Можно убедится что точка с таким углом действительно принадлежит процессу 1-2,



ведь $\theta \in (15^\circ, 67{,}5^\circ)$

А значит может являться ответом на второй пункт задания.

4) Теплота в цикле сообщается в процессе 1-2, а в процессе 2-1 – только отрицательная работа.

Найдем работу в процессе 1-2. как уже было раньше:

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1$$

$$p = p_0\sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2}$$

А $dA = pdV$, тогда:

(11)

Чистовик

$$A = \int_{(1)}^{(2)} p\,dV = \int_{(1)}^{(2)} p_0 \sqrt{1-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2}\cdot dV =$$

$$= p_0 V_0 \int_{(1)}^{(2)} \sqrt{1-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2}\cdot d\left(\frac{V}{V_0}\right) \Rightarrow$$ замена $\frac{V}{V_0} = \sin\varphi$, тогда

$$= p_0 V_0 \int_1^2 \sqrt{1-\sin^2\varphi}\cdot d(\sin\varphi) = p_0 V_0 \int_1^2 \cos\varphi\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi =$$

$$= \frac{p_0 V_0}{2}\int_1^2 \frac{1+\cos 2\varphi}{2}\cdot d(2\varphi) = \frac{p_0 V_0}{4}\left(2\varphi\Big|_1^2 + \sin 2\varphi\Big|_1^2\right) =$$

$$= \frac{p_0 V_0}{4}\left(2\arcsin\left(\frac{V}{V_0}\right)\Big|_1^2 + \sin\left(2\cdot\arcsin\left(\frac{V}{V_0}\right)\right)\Big|_1^2\right)$$

Первая точка в интеграле - это состояние 2, чтобы работа была положительной, $\arcsin\left(\frac{V}{V_0}\right)_1 = 15^\circ$

$$\arcsin\left(\frac{V}{V_0}\right)_2 = 67{,}5^\circ$$

Чистовик

$$A = \frac{1}{2}\frac{p_0V_0}{4}\left(2\cdot\frac{67{,}5-15}{180}\cdot\pi + \sin(45^\circ) - \sin(30^\circ)\right) =$$

$$= \frac{p_0V_0}{4}\left(0{,}41624 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1{,}24}{4}p_0V_0$$

на энергию пошло:

$$\Delta U = \frac{5}{2}\Delta P = \frac{5}{2}\cdot p_0V_0\left(\frac{1-\sqrt{7}}{4}\right) =$$

$$= \frac{5}{8}(1-\sqrt{7})\,p_0V_0$$

А в адиабатном процессе наоборот была отрицательная работа $-\frac{5}{8}(\sqrt{7}-1)$, равная увеличению внутренней энергии, тогда

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{\frac{1{,}24}{4}p_0V_0 - \frac{5}{8}(\sqrt{7}-1)}{\frac{1{,}24}{4}p_0V_0 - \frac{5}{8}(\sqrt{7}-1)}$$

(13)

Чистовик

~~Первая точка это C~~

Для ~~те~~ работы первая точка это

2,1, а для передачи теплоты (внутреней энергии, это будет точка C)), тогда работа

$$A = \int_1^2 p\,dU = \frac{p_0 U_0}{4}\left(2 \cdot \frac{67,5-15}{180} \pi + \sin(135) - \sin(30)\right)$$

$$= \frac{1,24}{4} p_0 U_0$$

$$\Delta U = \frac{p_0 U_0}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin(2 \cdot 57,68)\right) =$$

$$= \frac{p_0 U_0}{2}\left(\frac{1}{1,41} - 0,83 \cdot 0,54\right) =$$

$$= p_0 U_0\left(\frac{1}{2,} = 0,09\, p_0 U_0\right.$$

Чистовик

$$\eta = \frac{\frac{1{,}24}{4} p_0 V_0 - \frac{5}{8}(\sqrt{7}-1) p_0 V_0}{\frac{1{,}24}{4} p_0 V_0 + 0{,}09\, p_0 V_0} =$$

$$= \frac{0{,}31 - 0{,}258}{0{,}31 + 0{,}09} = \frac{0{,}052}{0{,}4} =$$

$$= 0{,}13 = 13\%$$

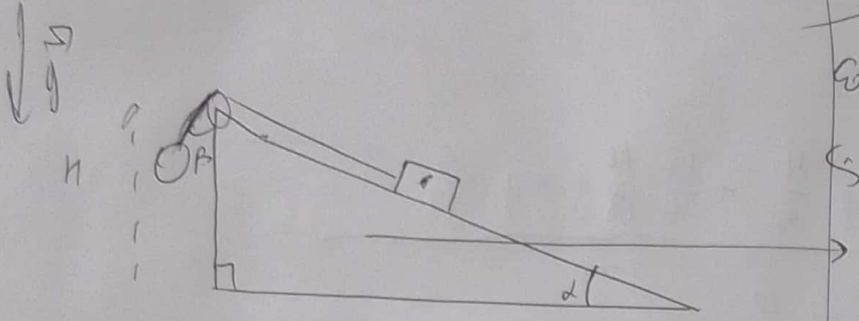
Ответ: 1) $k = \sqrt{7} - 1$

2) $\sin\theta = \sqrt{\frac{5}{7}} \simeq 56{,}8^\circ$

3) $\eta = 13\%$

(15)

Черновик



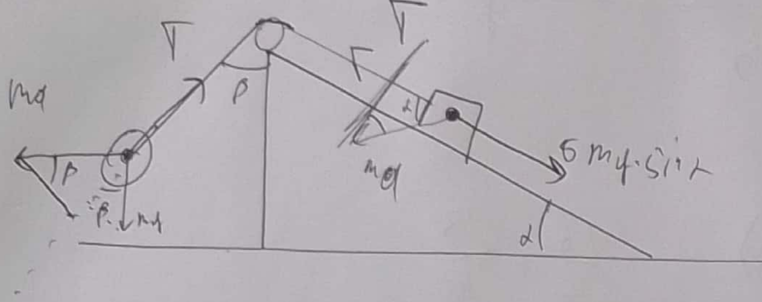
α $\left(\cos\alpha = \frac{3}{5}\right)$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

$\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin\beta = \frac{12}{13}$

$\cos\beta = \frac{5}{13}$



$ma\cos\beta = mg\cdot\sin\beta$

$5ma' = T + 5ma\cdot\cos\alpha - 5mg\sin\alpha$

$a = g\,tg\,\beta$

$ma' = ma\cdot\sin\beta + mg\cos\beta - T$

$a = \frac{12}{5}g = \boxed{2{,}4g}$ (1)

$6ma' = \ldots\ldots$

$\sin\beta = \frac{12}{13}$

2) $6ma' = 5ma\cdot\cos\alpha - 5mg\sin\alpha + ma\cdot\sin\beta + mg\cos\beta$

$a' = \frac{5a\cos\alpha - 5g\sin\alpha + a\cdot\sin\beta + g\cos\beta}{6} =$

Сканировано с CamScanner

$$= \cancel{5\cdot\frac{12}{5}g\cdot\frac{3}{5} - 5\cdot\frac{13}{5}g\cdot\frac{4}{5}} =$$

$$= \frac{12g\cdot\frac{3}{5} - 5g\cdot\frac{4}{5} + \frac{12}{5}\cdot\frac{12}{13}g + g\cdot\frac{5}{13}}{6} =$$

$$= \frac{\frac{36}{5} - 4 + \frac{12}{5}\cdot\frac{12}{13} + \frac{5}{13}}{6}g =$$

$$= \frac{\frac{16}{5} + \frac{1}{5\cdot 13}(13\cdot 13)}{6} = \frac{\frac{16}{5} + \frac{13}{5}}{6} =$$

$$= \frac{29}{30}g$$

3) $a_{\perp} = g' \cos\beta = \frac{29}{30}g\cdot\frac{5}{13} = \frac{29}{6\cdot 13}g$

$H = \frac{a t^2}{2}; \quad t = \sqrt{\frac{2H}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 4\cdot 6\cdot 13}{29}} = \sqrt{\frac{12\cdot 13\cdot 4}{29g}}$

1) $\left(p_0 \cdot \cos 22{,}5^\circ\right)^{?} \cdot V_0 \cdot \sin 22{,}5$

$p_0 \cdot \cos 15$

$Q = p_0 V_0 \left(\cos 22{,}5 \cdot \sin 22{,}5 - \sin 15 \cdot \cos 15 \right) =$

$= \frac{p_0 V_0}{2} \left(\sin 45 - \sin 30 \right) = \frac{p_0 V_0}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) =$

$= \frac{p_0 V_0}{4} \left(\sqrt{2} - 1 \right)$

$T_2 = \frac{p_0 V_0}{\cancel{4}}$; $K = \frac{\sqrt{2} - 1}{4} \cdot 2 = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} \approx \ldots$

2) $\left(\frac{p}{p_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1$;

$p\,dV + V\,dp$

$pV = \nu RT$

$2\,d\hat{p} \cdot \hat{p} + 2\,d\hat{V} \cdot \hat{V} = 0$

$\hat{p} \cdot d\hat{p} + \hat{V} \cdot d\hat{V} = 0$

$C \cdot dT = p\,dV + \frac{5}{2} \nu R\,dT$

$\cancel{C\,dT} = p\,dV + \frac{5}{2} \left(p\,dV + V\,dp \right)$

$\frac{7}{2} p\,dV + \frac{5}{2} V\,dp = 0$

$d\hat{p} = \frac{-\hat{V}\,d\hat{V}}{\hat{p}}$

$7\hat{p} \cdot d\hat{V} + 5\hat{V} \cdot d\hat{p} = 0$

Сканировано с CamScanner

$$7\tilde{p}\cdot d\tilde{v} + 5\tilde{v}\cdot\left(-\frac{\tilde{v}\cdot d\tilde{v}}{\tilde{p}}\right) = 0$$

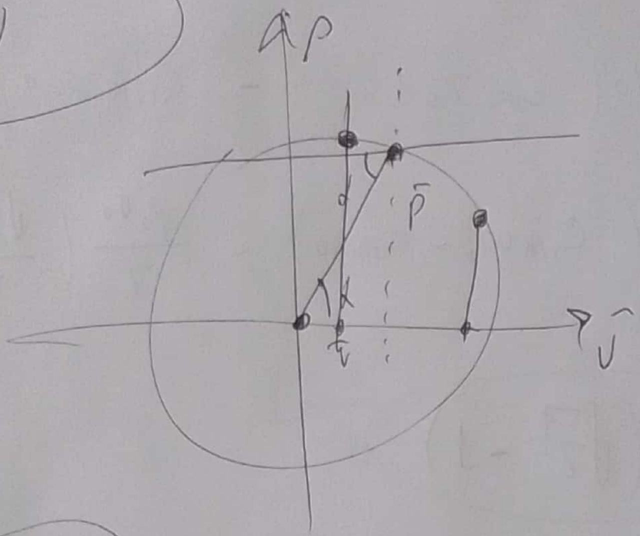
$$7\tilde{p}^2\cdot \cancel{d\tilde{v}} = 5\tilde{v}^2 \cancel{d\tilde{v}}$$

$$\frac{\tilde{p}}{\tilde{v}} \qquad 1.4142$$

$$\tilde{p} = \sqrt{\frac{5}{7}}\,\tilde{v}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\alpha \simeq 57{,}68^\circ$$



3) $\eta = \frac{A}{Q}$ $\qquad \theta = \frac{5}{2}\Delta T$

$\theta R \Delta T$

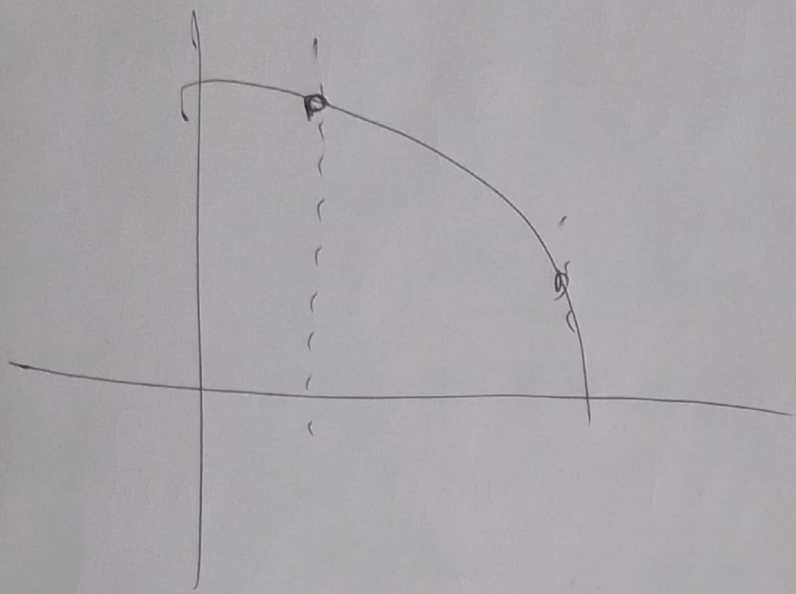
$$A_+ = \frac{\Delta\theta}{2\pi}\cdot\tilde{p}\cdot\tilde{v}; \qquad \frac{5}{2}\Delta(p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

$$A = \tilde{p}\Delta T \qquad \theta R\Delta T \qquad \Delta\theta = \begin{matrix} 27{,}5+15 = \\ = 37{,}5 \end{matrix}$$

$$\eta = \frac{\frac{\Delta\theta}{2\pi}\tilde{p}\cdot\tilde{v} + \frac{5}{2}(\tilde{p}_2\tilde{v}_2 - \tilde{p}_1\tilde{v}_1)}{\frac{\Delta\theta}{2\pi}\tilde{p}\tilde{v} + \frac{5}{2}(\tilde{p}_2\tilde{v}_2 - \tilde{p}_1\tilde{v}_1)} = \frac{\frac{37{,}5}{360} + \frac{5}{4}(\sin 30 - \sin 45)}{\frac{37{,}5}{360} + \frac{5}{4}(\sin 45 - \sin 30)} =$$

$$= \frac{\frac{37{,}5}{360} + \frac{5}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{37{,}5}{360} + \frac{5}{4}(\sqrt{2}-1)} = \frac{0{,}327}{0{,}844} \simeq 38{,}7\%$$

Черновик



$$\cancel{\frac{p^2}{p_0^2} + \frac{v^2}{}}$$

$$\cancel{p\cdot dp = -v\,dv}$$

$$\frac{p^2}{p_0^2} = 1 - \frac{v^2}{v_0^2}$$

$$p = p_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}$$

$$\int p\cdot dv = \int \cancel{p}\cdot p_0\cdot\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}\cdot dv =$$

$$= p_0 v_0 \int \sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}\cdot d\left(\frac{v}{v_0}\right) = \qquad \frac{v}{v_0} = \sin\varphi$$

$$= p_0 v_0 \int \sqrt{\sin\varphi}\cdot\cos\varphi\cdot d\varphi = \frac{p_0 v_0}{4}\int \sin^2\varphi\cdot\cos^2\varphi$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21203054**

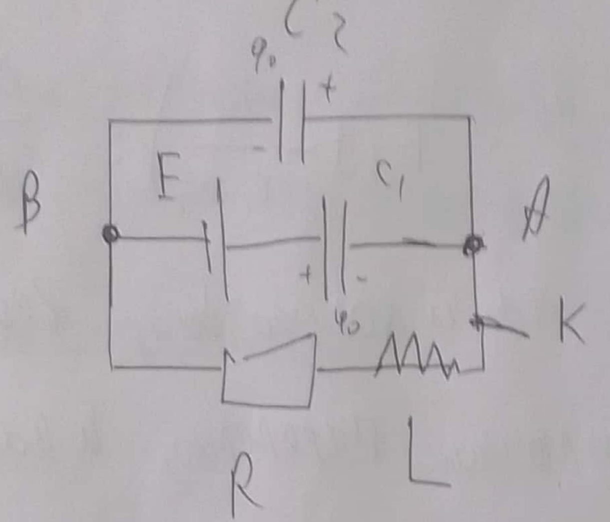
ID профиля: **278851**

Вариант 8

Чистовик

Задача 3

1) Нарисуем схему:



2) После установки режима, заряд уже идти не будет, значит найдём заряды на конденсаторах до замыкания ключа. По закону сохранения заряда, он одинаковый для C_1 и C_2, обозначим его q_0:

$$\frac{q_0}{C_1}+\frac{q_0}{C_2}=E;$$

$$\boxed{q_0=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}E}$$

3) Теперь найдём разность потенциалов между

1

Чистовик

Точками A и B:

$$\varphi_{A\cdot B} = \frac{q_0}{C_2} = \frac{C_1}{C_1+C_2}E = \frac{C}{6C}E = \frac{1}{6}E$$, или с другой стороны

$$\varphi_{A\cdot B} = E - \frac{q_0}{C_1} = E\left(1 - \frac{C_2}{C_1+C_2}\right) = \frac{C_1}{C_1+C_2}E = \frac{C}{6C}E = \frac{1}{6}E,$$

что одинаково, так и должно быть, ведь теперь C_2 и $(C_1 + E)$ подключены паралельно, и напряжения должны быть равны.

В момент замыкания ключа, эта разность также и будет разностью потенциалов в ветке с резистором и катушкой, а значит будет являться напряжением.

$$\varphi_{AB} = \dot{I}L + IR$$

Изначально ток по катушке не шел, а значит ток I в уровнении выше равен нулю и:

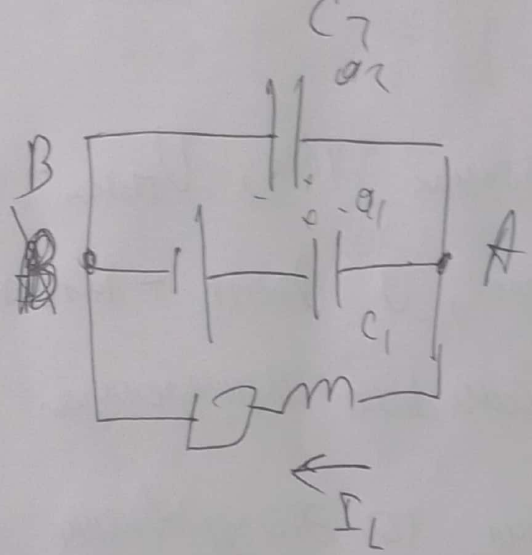
$$\varphi_{AB} = \frac{dI}{dt}\cdot L, \quad \boxed{\frac{dI}{dt} = \frac{\frac{1}{6}E}{L} = \frac{E}{6L}}$$

2

Чистовик

$\frac{dI}{dt} = \frac{E}{6L}$) именно такое будет возрастание тока.

4) После установления режима во второй раз, так ~~как~~ ток через катушку и заряды конденсаторов должны быть постоянными во времени:



$q_1, q_2 = const$, а значит через них не течёт ток:

$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 0$, а по правилу Кирхгофа или закону сохранения заряда следует что и ток через катушку равен нулю. Значит и разность потенциалов

$$\varphi_{AB} = I_L R + \dot{I}_L L = 0 + 0 = 0$$

3

Значит:

Чистовик

$q_2 = 0$, $E - \frac{q_1}{C_1} = 0$

$$\boxed{q_1 = CE}$$

Теперь запишем закон сохранения энергии в цепи, начиная с момента когда замыкают ключ.

$W = Q_{тепл} + \Delta U_{потенц.}$

Энергию W — сообщил источник тока, $U_{потенц}$ — содержится в конденсаторах и катушке, а $Q_{тепл}$ — теплота которая выделится в схеме. Если нас интересует момент, только после замыкания ключа, то это уравнение будет иметь вид:

$E \cdot \Delta q = Q + U_{кон.} - U_{нач}$

$U_{кон} = \frac{q_1^2}{2C_1}$, $U_{нач} = \frac{q_0^2}{2C_1} + \frac{q_0^2}{2C_2}$;

Δq — можно найти как разность зарядов на конденсаторе C_1, ведь весь заряд что проходит через

4

Чистовик

Конденсатор C_1 проводит и через источник тока E, тогда:

$$\Delta q = q_1 - q_0 = CE - \frac{5}{6}CE = \underline{\frac{1}{6}CE};$$

Итересь:

$$E\left(\frac{1}{6}CE\right) = Q + \frac{q_1^2}{2C_1} - \frac{q_0^2}{2C_1} - \frac{q_0^2}{2C_2}$$

$$\frac{1}{6}CE^2 = Q + \frac{C^2E^2}{2C_1} - \left(\frac{5}{6}CE\right)^2\left(\frac{1}{2C} + \frac{1}{10C}\right);$$

$$\frac{1}{6}CE^2 = Q + \frac{CE^2}{2} - \frac{6}{10C}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}CE^2$$

$$\frac{1}{6}CE^2 = Q + \frac{CE^2}{2} - \frac{1}{2}\frac{5CE^2}{6};$$

$$Q = CE^2\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}\right) = CE^2\left(\frac{7}{12} - \frac{6}{12}\right) = \boxed{\frac{CE^2}{12}},$$

И такая теплота выделится в цепи после замыкания ключа. Стоит также отметить, что вся теплота которая выделится, будет также включать в себя момент до замыкания, и она будет больше. Её не сложно получить, используя те же соображения:

5 5

Чистовик

$\Delta q = q_1 = CE$

$U_{нач} = 0$, $U_{кон} = \frac{q_1^2}{2C} = \frac{CE^2}{2}$

Итогда

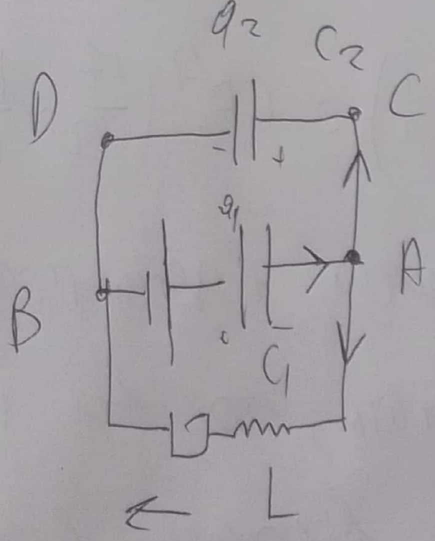
$CE \cdot E = Q_{общ} + \frac{CE^2}{2}$,

$$Q_{общ} = \frac{CE^2}{2}$$

Из них $Q = \frac{1}{12} CE^2$, выделится после, и

$Q^* = Q_{общ} - Q = \frac{1}{2} CE^2 - \frac{1}{12} CE^2 = \frac{5}{12} CE^2$ – до замыкания ключа.

5) Нарисуем схему еще раз:



⑥ Т.к. участки AB и CD – соединены параллельно, то напряжения на них все время одинаковое

Чистовик

Тогда:

$$E - \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

Также для узла А запишем Первое Правило Кирхгофа:

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 + I$$

И продифференцируем по времени уравнение выше:

$$\frac{d}{dt}\left(E - \frac{q_1}{C_1}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{q_2}{C_2}\right), \text{ т.к. } \frac{dE}{dt} = 0, \text{ то:}$$

$$-\frac{\dot{q}_1}{C_1} = \frac{\dot{q}_2}{C_2};$$

$$\dot{q}_1 = -\frac{C_1}{C_2}\dot{q}_2 = -\frac{1}{5}\dot{q}_2;$$

Подставим это в правило Кирхгофа:

$$-\frac{1}{5}\dot{q}_2 = \dot{q}_2 + I;$$

$$I = -\frac{6}{5}\dot{q}_2$$

7

Чистовик

Получили отрицательное выражение, так и должно быть, ведь q_2 — уменьшается с $\frac{5}{6}CE$ до нуля, Итак А значит если $I_0 > 0$, то $\dot{q}_2 = -I_0$, и тогда

$$I = -\frac{6}{5}(-I_0) = \frac{6}{5}I_0$$

$$\boxed{I = \frac{6}{5}I_0},$$

А напряжение на резисторе

$$\boxed{U = RI = \frac{6RI_0}{5}}$$

Ответ: 1) Скорость возрастания тока $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{6L}$

2) После замыкания ключа выделится

$Q = \frac{CE^2}{12}$, теплоты

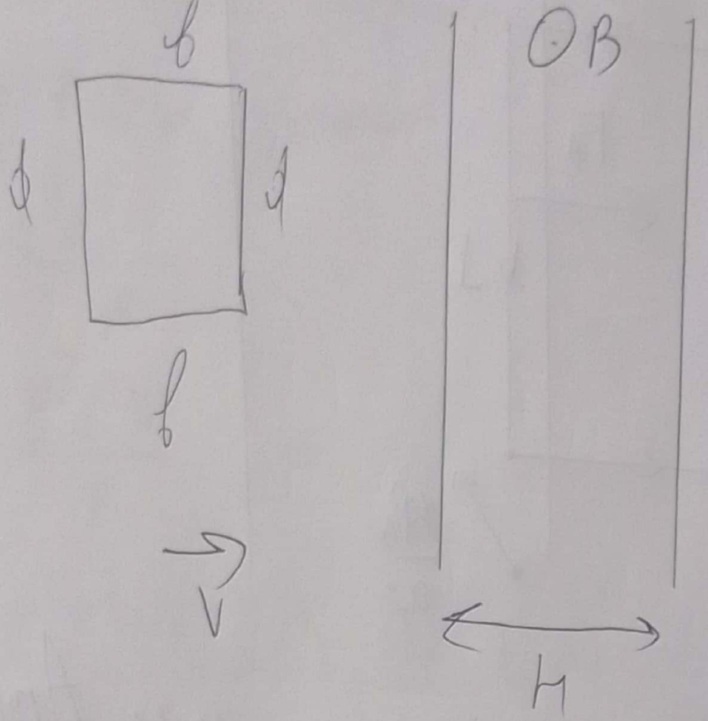
3) Напряжение на резисторе в момент, когда ток через второй конденсатор равен I_0, равно:

$$U = \frac{6RI_0}{5}.$$

Чистовик

Задачи

Решение: 1) Сделаем рисунок.

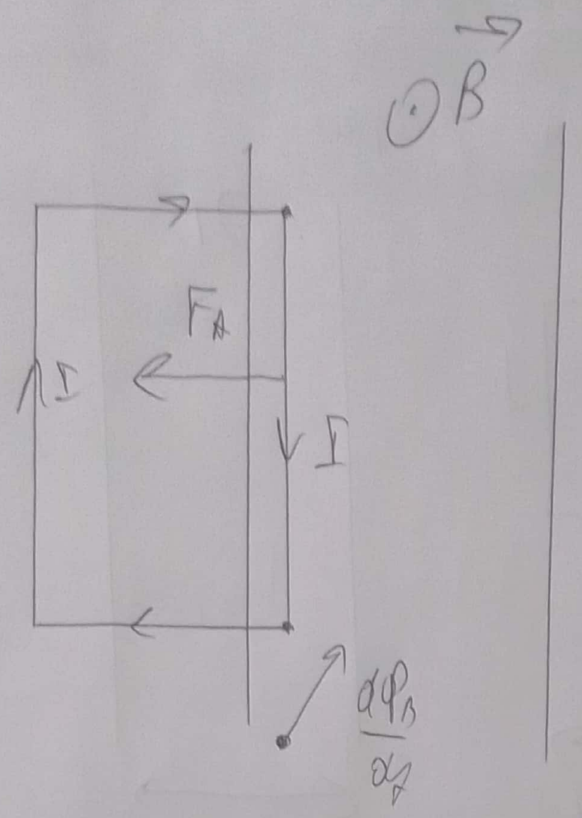


2) При влете в рамку в ней возникнет ЭДС индукции, равное: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\cdot\frac{dS}{dt} = -B\,V\,d;$

Из-за этой индукции возникнет ток, который будет „мешать" возрастанию потока магнитного, и направлено как показано на следующем рисунке:

Сканировано с CamScanner

Листовки



Тогда на рамку будет действовать сила Ампера:

$$F_A = BId = Bd \cdot \frac{q}{R} = \frac{Bd}{R} \cdot BVd = \boxed{\frac{B^2d^2V}{R}};$$

В момент вхождения в поле скорость будет равна V_0, а значит ускорение рамки:

$$\boxed{a_0 = \frac{F_A}{m} = \frac{B^2d^2V_0}{mR}}$$

3) При полном прохождении в поле дальше поток не меняется и равен $BS = Bdb$, а значит и сил тоже не будет

10

Чистовик

А значит при выходе правой стороны рамки, скорость будет такая же, как и просто при входе в поле. Найдем её. Найденное ранее выражение для силы Ампера справедливо всегда, а значит:

$$F_A = \frac{B^2 d^2 V}{R}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{B^2 d^2 V}{R}$$

$$dp = \frac{B^2 d^2}{R}(V \cdot dt), \text{ а } V \cdot dt = dx$$

$$dp = \frac{B^2 d^2}{R} dx$$

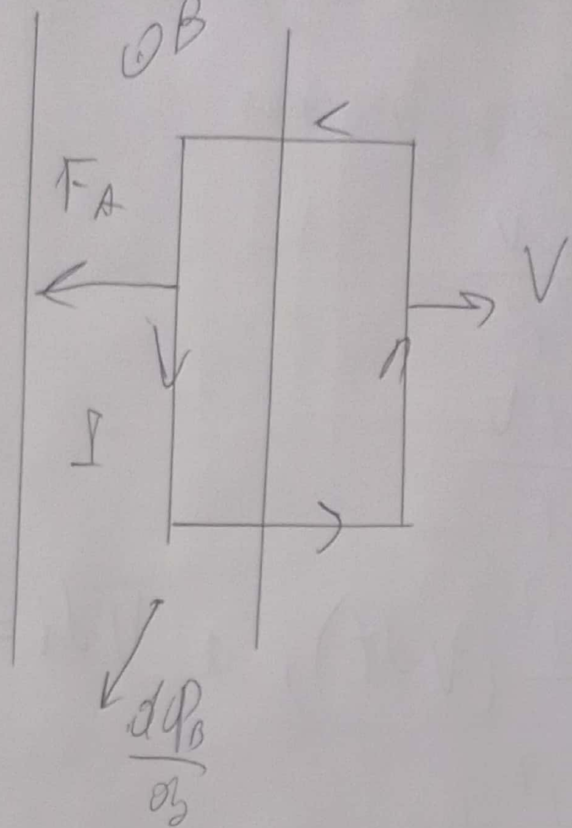
$$\int_{p_0}^{p_1} dp = \int_0^b \frac{B^2 d^2}{R} dx, \quad \Delta p = \frac{B^2 d^2}{R} b$$

$$mV_0 - mV_1 = \frac{B^2 d^2 b}{R}$$

$$V_1 = V_0 - \frac{B^2 d^2 b}{mR} = \boxed{V_0 - \frac{2B^2 d^3}{3mR}}$$

Чистовик

4) При выходе будет похожая ситуация, но ток будет идти в другом направлении, а магнитное поле — действовать на левую сторону рамки.



Итого: $F_A = -\frac{B^2 v d^2}{R}$; и рамка снова замедляется;

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{B^2 d^2}{R} v,$$

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \int_0^b -\frac{B^2 d^2}{R}\, dx$$

$$p_2 - p_1 = -\frac{B^2 d^2 b}{R}$$

Чистовик

$$mV_2 = mV_1 - \frac{B^2 d^2 b}{R}$$

$$V_2 = V_0 - \frac{B^2 d^2 b}{mR} - \frac{B^2 d^2 b}{mR}$$

$$V_2 = V_0 - \frac{2B^2 d^2 b}{mR}$$

$$\boxed{V_2 = V_0 - \frac{4B^2 d^3}{3mR}}$$

Ответ: 1) Ускорение рамки сразу после входа

$$a = -\frac{B^2 d^2 V_0}{mR}$$

2) Скорость при выходе правой стороны:

$$V_1 = V_0 - \frac{2B^2 d^3}{3mR} = V_0 - \frac{B^2 d^2 b}{mR}$$

3) А при полном выходе:

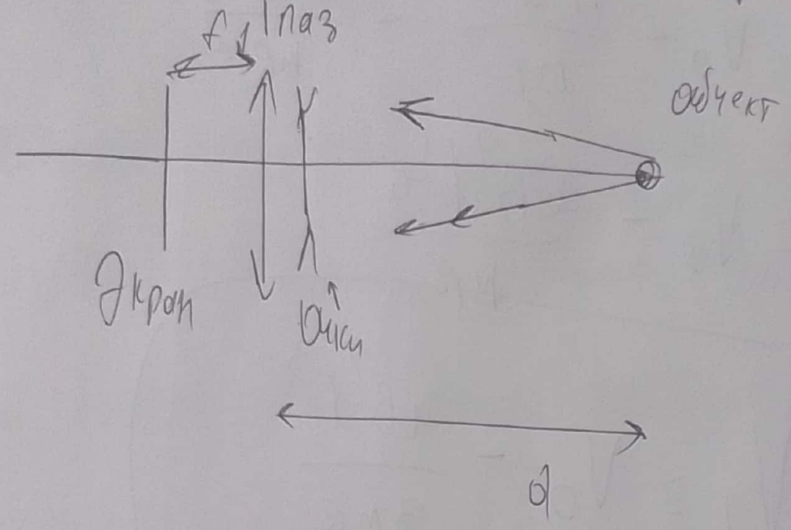
$$V_2 = V_0 - \frac{2B^2 d^2 b}{mR} = V_0 - \frac{4B^2 d^3}{3mR}$$

13

Чистовик

Задача 6

Решение: 1) Сделаем схематический рисунок:



Чтобы четко видеть объект, вся оптическая система должна давать на экран четкое изображение. Будем считать, что этот экран находится на одном и том же расстоянии f, и с этого экрана изображение „видит" человек. Именно на нём изображение превращается в сигналы, которые и оценивает человек.

Далее, будем считать что оптическая сила глаз человека постоянна, то есть не меняется фокусное расстояние в результате сокращения мышц.

Тогда, условие что человек видит с расстояния

Чистовик

X, следующее: (Уравнение тонкой линзы)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = D_{глаз} + D_{корректировки}$$

$D_{корр.}$ — это оптическая сила очков. Т.к. человек близорукий, то $D_{корр} < 0$, то есть линзы вогнутые (отрицательные). Запишем уравнение тонкой линзы для случаев $x = 25$, $x = \infty$:

$d_{25} = 25$, $d_\infty \approx \infty$:

$$\frac{1}{d_{25}} + \frac{1}{f} = D_{глаз} + D_1$$

$$\frac{1}{d_\infty} + \frac{1}{f} = D_{глаз} + D_2$$

D_2 — оптическая сила очков для удаленных объектов, а D_1 — для расстояния 25 см., тогда: заметим т.к. $d_\infty \approx \infty$, то

$\frac{1}{d_\infty} << \frac{1}{f}$, и можем считать: $\frac{1}{d_\infty} + \frac{1}{f} \approx \frac{1}{f}$

Чистовик

$$\frac{1}{d_{25}}+\frac{1}{f}=D_{глаз}+D_1$$

$$\frac{1}{f}=D_{глаз}+D_2$$

$$\frac{1}{d_{25}}+D_{глаз}+D_2=D_{глаз}+D_1$$

$$\frac{1}{d_{25}}=D_1-D_2;$$

$D_1-D_2>0$, т.к. $\frac{1}{d_{25}}>0$, ~~вел~~ а т.к. обе линзы отрицательные, то $|D_2|>|D_1|$, а значит отношение оптических сил 5, как сказано в условии, что:

$$D_2=5D_1$$

$$\frac{1}{d_{25}}=D_1-5D_1$$

$D_1=-\frac{1}{4\cdot d_{25}}$, а значит $D_2=-\frac{5}{4d_{25}}$

Подставив значение $d_{25}=25см=0{,}25\,(м)$ имеем:

16

Чистовик

$$D_1 = -\frac{1}{4\cdot 0{,}25} = -1\,(дптр)$$

$$D_2 = -\frac{5}{4\cdot 0{,}25} = -5\,(дптр)$$

Значит оптическая сила очков, для рассматривания удаленных объектов равна -5 (дптр).

г) Теперь найдем расстояние x, с которого человек четко видит без очков:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = D_{глаз}$$

$$\frac{1}{f} = D_{глаз} + D_2$$

$$\frac{1}{x} = -D_2$$

$$x = \frac{1}{-D_2}, \quad x = -\frac{1}{-5} = 0{,}2\,(м) = \cancel{20\,см} =$$

$$= 20\,(см);$$

Значит человек может прочитать текст с расстояния 20 см.

17

Чистовик

3) Найдём какие очки потребуются человеку, для работы с предметами на расстоянии 50 см:

$$\frac{1}{d_{50}} + \frac{1}{f} = D_{глаз} + D_x$$

$$-$$

$$\frac{1}{f} = D_{глаз} + D_2$$

$$\frac{1}{d_{50}} = D_x - D_2;$$

$$\boxed{D_x = \frac{1}{d_{50}} + D_2}$$

$$D_x = \frac{1}{0{,}5} + (-5) = -3 \text{ (дптр)}$$

Ответ: 1) человек сможет прочитать текст без очков с расстояния $x = 20$ см.

Оптическая сила очков для рассматривания удалённых объектов — равна $D_2 = -\cancel{5}\,5$ (дптр) $= -5$ (дптр)

2) Чтобы читать с экрана расположеного на расстоянии 50 см, понадобятся очки -3 (дптр).

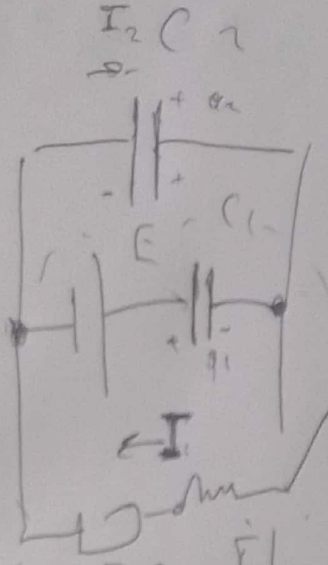
$$D_x = -3 \text{ (дптр)}$$

(13)

Черновик

$C_1 = C$

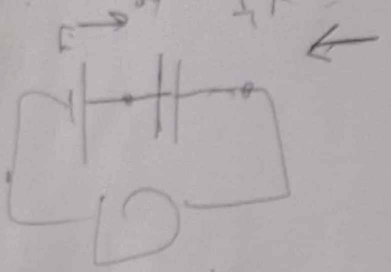
$C_2 = 6C$



1) $\frac{dI}{dt} = \frac{E}{L}$

$I_1 R$ $\dot{I}_1 L$

2)



$E\Delta q$

U_1 $E \cdot \int dq = W_{ист}$

$U = \frac{C_1 E^2}{2}$

$q = C_1 E$

$Q = \frac{CE^2}{2}$

$\frac{q_2}{C_2} = I_1 R + \frac{dI_1}{dt} L$

3) $\frac{I_2}{C_2} = \dot{I}_1 R + \frac{\ddot{I}_1 L}{dt}$

$\frac{\ddot{I}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_1}{I_1}$

$I_1 = \frac{\dot{I}_1^2}{\ddot{I}_1}$

1 Черновик

Черновик

$E - \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$ $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 + I$

$E - \frac{q_1}{C_1} = RI + L\dot{I}$

$\dot{q}_1$ $-\frac{\dot{q}_1}{C_1} = \frac{\dot{q}_2}{C_2}$

$-\frac{\dot{q}_2 + I}{C_1} = \frac{\dot{q}_2}{C_2}$, $\dot{q}_2 = -I$

$I = \frac{\dot{q}_2}{C_2} - \frac{\dot{q}_2}{C_1} = I_2\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) =$

$= I_0\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) =$

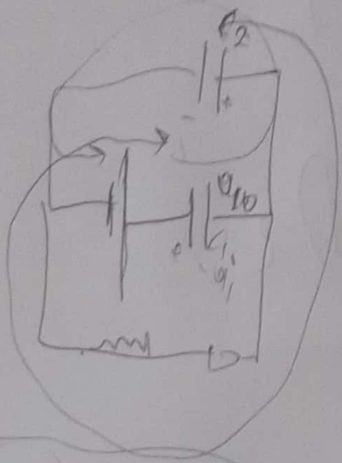
$I = -C_1\dot{q}_2\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}\right)$ $\Rightarrow$ $\cancel{\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{5C}\right)I_0}$

Готово

2 Черновик

Сканировано с CamScanner

Черновик



$Q_1 = \frac{5}{6}CE \cdot E -$

$\frac{5}{6}CE^2 - \frac{5}{6}C_1E^2$

$q_0 = \frac{5}{6}CE$

$= \frac{5}{6}CE^2 - \frac{2\cdot\left(\frac{5}{6}E\right)^2}{C} = \frac{\left(\frac{5}{6}CE\right)^2}{2\cdot 5C} =$

$= \frac{5}{6}CE^2\left(1 - \frac{5}{2\cdot 6} - \frac{5}{6\cdot 5}\right) = \cancel{\frac{5}{6}CE^2\left(1 - \frac{30}{30}\right)} = 4$

$= \frac{5}{6}CE^2\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12}CE^2$

$\frac{CE^2}{2}$ $\frac{5}{6}CE$

$Q_2 = \frac{1}{6}CE^2 + \frac{\left(\frac{5}{6}CE\right)^2}{2\cdot 5C} + \frac{\left(\frac{5}{6}CE\right)^2}{2\cdot C} - \frac{CE^2}{2} =$

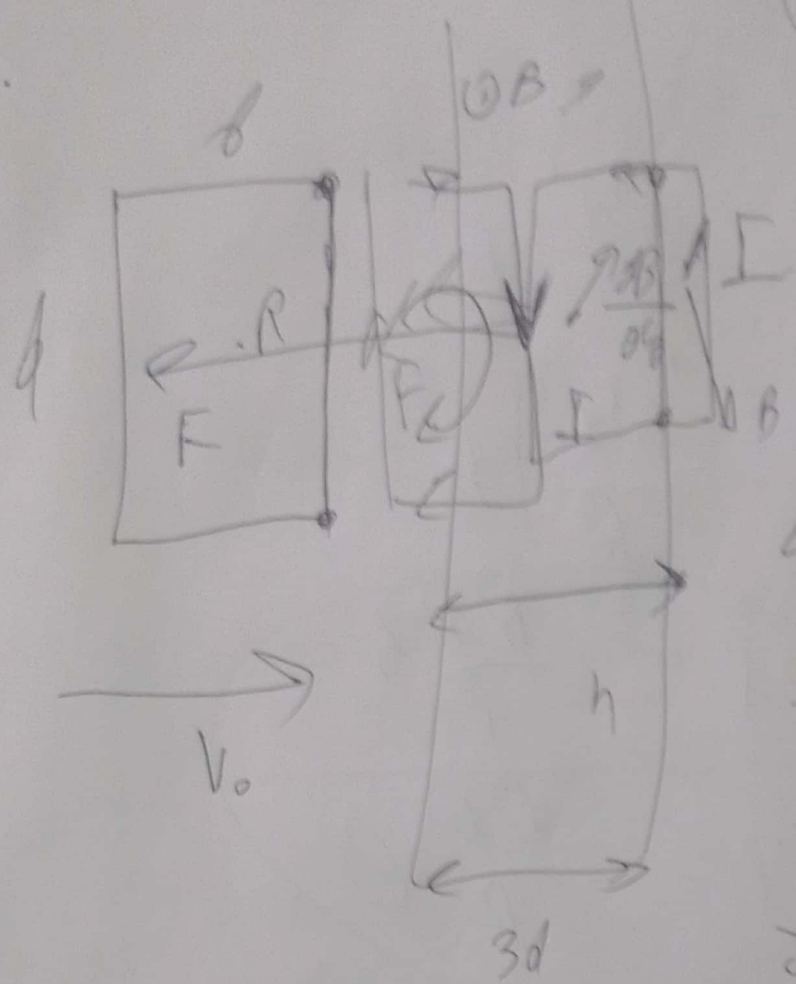
$= \frac{1}{6}CE^2 + \frac{5}{12}CE^2 - \frac{CE^2}{2} =$

3 Черновик $= \frac{1}{12}CE^2 \to \frac{1}{12}\cdot\frac{15}{16} = CE;$

Сканировано с CamScanner

Черновик

$b = \frac{?}{3}d,\ d$



$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$

$= LV \cdot B$

$= dV_0 B$

$I = \frac{d\Phi}{dt}\frac{\varepsilon}{R}$ $I = \frac{dV_0 B}{R}$;

$F = BIl = B \cdot \frac{dV_0 B}{R} \cdot d = \frac{V_0 B^2 d^2}{R}$

$a = \frac{V_0 B^2 d^2}{mR}$

Черновик

44

Сканировано с CamScanner

$v_2 = v_0$ — нет!

Черновик

$$F = \frac{v_0 B^2 d^2}{R}, \quad \frac{dp}{dt} = \frac{B^2 d^2}{R} \cdot v$$

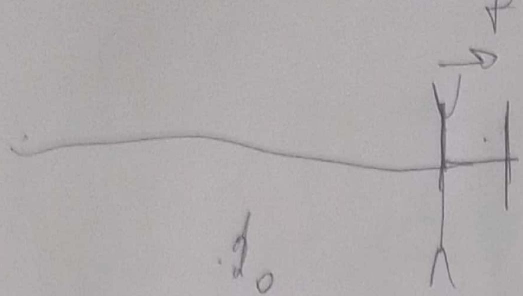
$$\int dp = \frac{B^2 d^2}{R} \int dx$$

$$\Delta p = \frac{B^2 d^2}{R} b$$

$$\Delta p = \frac{B^2 d^2}{R} b$$

Черновик

Черновик



$d_0 = 25$ см

$\cancel{\frac{D_1}{D_2} = 6}$

$D_1 > D_2$

$|D_2| > |D_1|$

$\cancel{\frac{1}{d_0} + \frac{1}{f} = D_1}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = D_Г$$

$$\frac{1}{d_{25}} + \frac{1}{f} = D_Г + D_1$$

$$\cancel{\frac{1}{d_\infty}} + \frac{1}{f} = D_Г + D_2$$

$$\frac{1}{d_{25}} + \cancel{D_Г} + D_2 = \cancel{D_Г} + D_1$$

$$-4D_2 = \frac{1}{d_{25}}; \quad D_2 = -\frac{1}{4d_{25}} = -\frac{1}{1} = -1 \text{ дптр}$$

$-0,2$ дптр

$$\frac{1}{x} + D_2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{D_2} = -\frac{-1}{1} = 1 \text{ (м)}$$

6

чистовик

7)

$$\frac{1}{d_{н.о}} + \frac{1}{f} = D_x + D_1$$

$$\frac{1}{d_{н.о}} + D_2 = D_x;$$

$$D_x = 0{,}4 - 1 = -0{,}6 \text{ (дптр)}$$

2

Сканировано с CamScanner

Черновик

$$\frac{1}{d_{пб}} + \frac{1}{f} = D_г + D_1$$

$$\frac{1}{d_a} + \frac{1}{f} = D_г + D_2$$

$$\frac{1}{d_{пб}} = -D_2 + D_1$$

$-4D_1$

$$D_1 = -\frac{1}{4d_{пб}} = -1\ (дптр)$$

$$D_2 = -\frac{5}{4d_{пб}} = -5\ (дптр)$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = D_г$$

$$\frac{1}{f} = D_г + D_2; \quad \frac{1}{x} = -D_2$$

$$x = -\frac{-1}{5} = 0{,}2 = 20\ (см)$$

$$\frac{1}{d_{пб}} \quad \frac{1}{d_б} + \frac{1}{f} = D_г + D_0;$$

$$D_0 = \frac{1}{d_б} + D_2;$$

$-5 + 2 = -3;$

8

Чистовик