Часть 1

Олимпиада: **Физика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21203449**

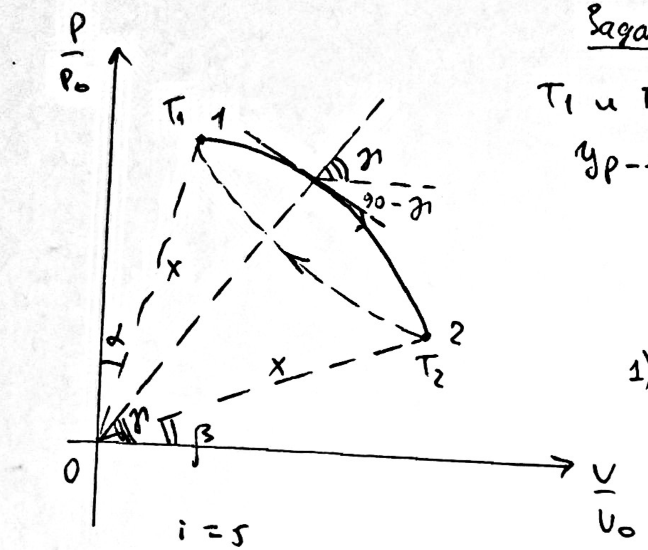
ID профиля: **333601**

Вариант 8

1

Чистовик.

Задача № 2.



$i = 5$

T_1 и T_2 – температуры в т. 1 и т. 2, x – радиус.

Ур-е Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} P_1V_1 = \nu R T_1 & (1) \\ P_2V_2 = \nu R T_2 & (2) \end{cases}$$

1) Из графика: $\begin{cases} V_1 = x\cdot\sin\alpha\cdot V_0 \\ V_2 = x\cdot\cos\beta\cdot V_0 \end{cases}$ $\begin{cases} P_1 = x\cdot\cos\alpha\cdot P_0 \\ P_2 = x\cdot\sin\beta\cdot P_0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ подставляя в 1 и 2: $\begin{cases} x^2\cdot\sin\alpha\cos\alpha\; P_0V_0 = \nu R T_1 \\ x^2\cdot\sin\beta\cos\beta\; P_0V_0 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\beta\cos\beta} = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin(2\beta)} =$

$= \dfrac{\sin(45^\circ)}{\sin(90^\circ)} = \dfrac{\frac{1}{\sqrt2}}{\frac12} = \sqrt2 \Rightarrow \dfrac{T_1 - T_2}{T_2} = \dfrac{\cancel{T_2}(\sqrt2 - 1)}{\cancel{T_2}} = \sqrt2 - 1.$

2) $C = \dfrac{dQ}{dT} = 0 \Rightarrow dQ = 0$ в искомой точке. II начало термодинамики:

$\frac{i}{2}\nu R dT = dQ - PdV$ $(i = 5)$. При $dQ = 0$: $\frac52 \nu R dT = -PdV$;

Дифференцируя ур-е Менделеева-Клапейрона, получаем: $PdV + VdP = \nu R dT \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac52 PdV + \frac52 VdP = -PdV$; $\frac72 PdV + \frac52 VdP = 0 \Rightarrow \dfrac{dP}{dV} = -\dfrac{7P}{5V}.$

Пусть радиус в данной точке составляет с горизонталью угол γ. Тогда:

$-\,\mathrm{tg}(90 - \gamma) = -\,\mathrm{ctg}\,\gamma = \dfrac{d\left(\frac{P}{P_0}\right)}{d\left(\frac{V}{V_0}\right)} = \dfrac{dP}{dV}\left(\dfrac{V_0}{P_0}\right) = -\dfrac{7P}{5V}\left(\dfrac{V_0}{P_0}\right)$; Также: $\mathrm{tg}\,\gamma = \dfrac{P}{V}\left(\dfrac{V_0}{P_0}\right)$

$\Rightarrow \mathrm{ctg}\,\gamma = \frac75\,\mathrm{tg}\,\gamma \Rightarrow \mathrm{tg}^2\gamma = \frac57 \Rightarrow \gamma = \mathrm{arctg}\sqrt{\frac57}$. (см. лист ②)

② Задача №2. Чистовик.

3) По опр. $\eta = \frac{A}{Q_н}$; I начало термодинамики:

процесс 1-2: $\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} - \underline{A_{1-2}}$; $\Delta U_{1-2} = -\Delta U_{2-1}$.

процесс 2-1: $\Delta U_{2-1} = \overset{=0}{Q} - A_{2-1} \Rightarrow \underline{A_{2-1}} = -\Delta U_{2-1} = \Delta U_{1-2}$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-1}}{Q_{1-2}} = \frac{Q_{1-2} - \cancel{\Delta U_{1-2}} + \cancel{\Delta U_{1-2}}}{Q_{1-2}} = 1.$$

Ответ: 1) $\sqrt{2} - 1$.

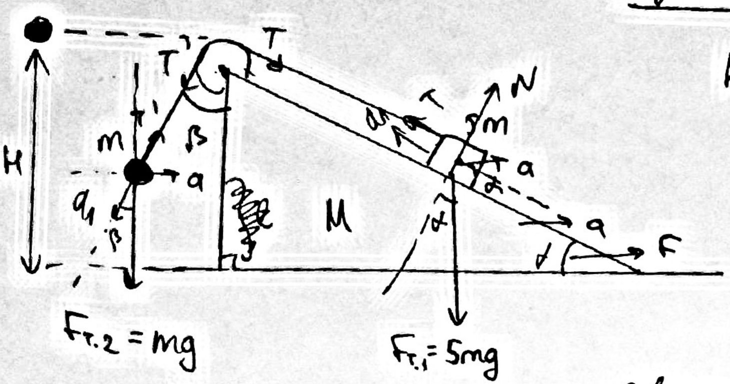
2) $\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{5}{7}}$

3) $\eta = 1$.

(3)

Чистовик.

Задача №1.



На груз 5m действуют сила реакции опоры N, $F_{тяж.1}$ и сила натяжения нити T. На груз m действуют сила тяжести $F_{тяж.2}$ и сила натяжения нити T'. Нить лёгкая => T = T'. На клин действует сила F_1, придающая ему ускорение a и сила со стороны груза 5m. Пусть каждый груз движется с ускорением a (вместе с клином) и ускорением a_1 относит. клина, направл-м вдоль нити.

II закон Ньютона:

груз 5m: $(5m)(a_1 - a\cdot\cos\alpha) = T - 5mg\cdot\sin\alpha$ (1)

$(5m)\, a\cdot\sin\alpha = N - 5mg\cdot\cos\alpha$

груз m: $ma_1\cdot\cos\beta = mg - T\cdot\cos\beta$ (2)

$m(a - a_1\cdot\sin\beta) = T\cdot\sin\beta$ (3)

Из усл.: $\begin{cases}\cos\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{5}\\ \cos\beta = \frac{5}{13} \Rightarrow \sin\beta = \frac{12}{13}.\end{cases}$

Из (1): $T = 5m(a_1 - a\cos\alpha + g\cdot\sin\alpha)$. Подставим в (2) и (3):

1) $\cancel{m}\, a_1\cdot\cos\beta = \cancel{m}g - 5\cancel{m}(a_1\cdot\cos\beta - a\cos\alpha\cos\beta + g\sin\alpha\cos\beta)$ =>

2) $\cancel{m}a - \cancel{m}a_1\sin\beta = 5\cancel{m}(a_1\sin\beta - a\cos\alpha\sin\beta + g\sin\alpha\sin\beta)$.

=> 1) $\frac{5}{13}a_1 = g - 5\cdot\frac{5}{13}a_1 + \cancel{5}\frac{3}{\cancel{5}}\cdot\frac{5}{13}a - \cancel{5}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}\cdot\frac{5}{13}\cdot g$

$\frac{30}{13}a_1 = -\frac{7}{13}g + \frac{15}{13}a \Rightarrow 30a_1 + 7g = 15a \Rightarrow a_1 = \frac{15a - 7g}{30} = \frac{a}{2} - \frac{7}{30}g$

2) $a - \frac{12}{13}a_1 = 5\cdot\frac{12}{13}a_1 - \cancel{5}\frac{3}{\cancel{5}}\cdot\frac{12}{13}a + \cancel{5}\cdot\frac{4}{\cancel{5}}\cdot\frac{12}{13}g$

$\frac{49}{13}a = \frac{72}{13}a_1 + \frac{48}{13}g \Rightarrow 49a = 72a_1 + 48g$

$49a = 36a - \frac{84}{5}g + 48g$; $13a = \frac{156}{5}g \Rightarrow a = \frac{156}{65}g = \frac{12}{5}g = 2{,}4g$.

=> $a_1 = \frac{a}{2} - \frac{7}{30}g = \frac{12}{10}g - \frac{7}{30}g = \frac{29}{30}g$; l – то на сколько „разматается" нить за время движения шарика t.

$\frac{a_1 t^2}{2} = l = \frac{H}{\cos\beta} \Rightarrow t^2 = \frac{2H}{\cos\beta\cdot a_1} = \frac{2H\cdot 13\cdot \overset{6}{30}}{5\cdot 29\, g} = \frac{12\cdot 13}{29}\frac{H}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{156}{29}\frac{H}{g}}$

Ответ: 1) $a = 2{,}4g$, 2) $a_1 = \frac{29}{30}g$, 3) $t = \sqrt{\frac{156}{29}\frac{H}{g}}$.

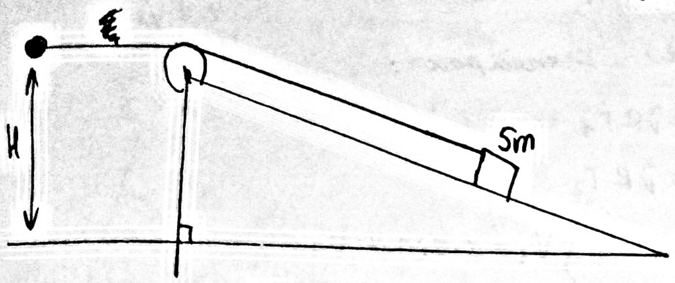
№1. Черновик

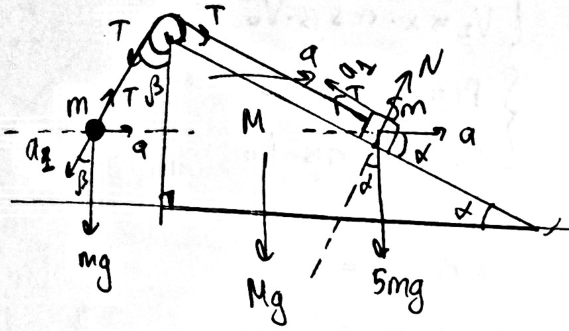
$\cos\alpha = \frac{3}{5}$

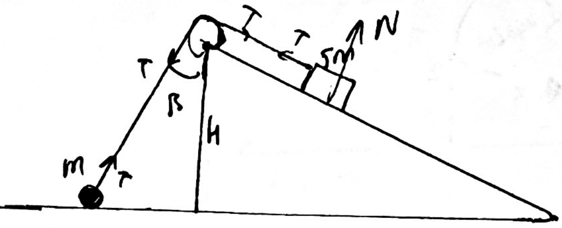
$\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos\beta = \frac{5}{13}$

$\sin\beta = \frac{12}{13}$







$(5m)\,a\cdot\sin\alpha = N - 5mg\cdot\cos\alpha$

$(5m)\,\cancel{(a\cos\alpha\ldots)}\,(a_1 - a\cdot\cos\alpha) = T - (5mg)\cdot\sin\alpha \Rightarrow T = 5m(g\sin\alpha + a_1 - a\cos\alpha)$

$m(a - a_1\cdot\sin\beta) = T\cdot\sin\beta$

$m a_1\cdot\cos\beta = mg - T\cdot\cos\beta$

$\cancel{m}(a - a_1\cdot\sin\beta) = 5\cancel{m}(g\sin\alpha\sin\beta + a_1\cdot\sin\beta - a\cos\alpha\sin\beta)$

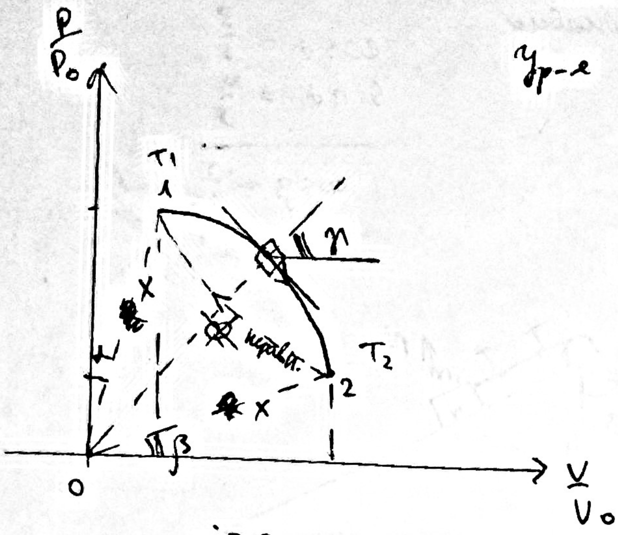
$a - \frac{12}{13}a_1 = g\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{12}{13} + a_1\cdot\frac{12}{13} - a\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{12}{13} \Rightarrow \frac{4\cdot12}{5\cdot13}g = \frac{101}{5\cdot13}a - \frac{24}{13}a_1$ (1)

$1 + \frac{3\cdot12}{5\cdot13} = \frac{65+36}{5\cdot13} = 101$

$\cancel{m}a_1\cdot\cos\beta = \cancel{m}g - 5\cancel{m}(g\sin\alpha\cos\beta + a_1\cdot\cos\beta - a\cdot\cos\alpha\cos\beta)$;

$a_1\cdot\frac{5}{13} = g - \cancel{5}\cdot\frac{\overset{20}{4\cdot5}}{\cancel{5}\,13}g - 5a_1\cdot\frac{5}{13} - \cancel{5}a\cdot\frac{3}{\cancel{5}}\cdot\frac{5}{13}$; $\frac{7}{13}g = -\frac{15}{13}a - \frac{30}{13}a_1$

№2. Черновик



Ур-е Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} P_1V_1 = \nu RT_1 \\ P_2V_2 = \nu RT_2 \end{cases}$$

Из графика: $\begin{cases} V_1 = x\cdot\sin\alpha\cdot V_0 \\ V_2 = x\cdot\cos\beta\cdot V_0 \end{cases}$

$$\begin{cases} P_1 = x\cdot\cos\alpha\cdot P_0 \\ P_2 = x\cdot\sin\beta\cdot P_0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

$i=5$

1) $x^2\cdot\sin\alpha\cos\alpha\, P_0V_0 = \nu RT_1$

$x^2\cdot\sin\beta\cos\beta\cdot P_0V_0 = \nu RT_2$

$\Downarrow$

~~Ур-е окр-сти~~:

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{\sin(2\alpha)}{2} = \frac{\sin 45^\circ}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin\beta\cos\beta = \frac{\sin(2\beta)}{2} = \frac{\sin 30^\circ}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1\cdot 4}{2\sqrt{2}\cdot 1} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 - T_2}{T_2} = \frac{T_2(\sqrt{2}-1)}{T_2} = \sqrt{2}-1.$$

---

2) $C = \frac{dQ}{dT} = 0 : dQ = 0;$ II н. т.д.: $\frac{i}{2}\nu RdT = \overset{=0}{dQ} - PdV \Rightarrow$

Ур-е окр-сти: $\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{P}{P_0}\right)^2 = x^2$; $P = \frac{\nu RT}{V}$; $PdV + VdP = \nu RdT$

$$\frac{\cancel{2}VdV}{V_0} + \frac{\cancel{2}PdP}{P_0} = 0 \Rightarrow VdV\cdot P_0 + PdP\cdot V_0 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{i}{2}\nu RdT = \frac{i}{2}\nu R\left(\frac{PdV}{\nu R} + \frac{VdP}{\nu R}\right) = \frac{5}{2}PdV + \frac{5}{2}VdP = -\frac{2}{2}PdV \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}VdP + \frac{7}{2}PdV = 0 \Rightarrow V = \frac{7PdV}{5dP}$$

$$\frac{7\cancel{P}dV^2}{5dP}\cdot P_0 + \cancel{P}dP\cdot V_0 = 0$$

$$7dV^2P_0 = -5dP^2\cdot V_0 \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right)^2 = -\frac{7P_0}{5V_0}\ ?$$

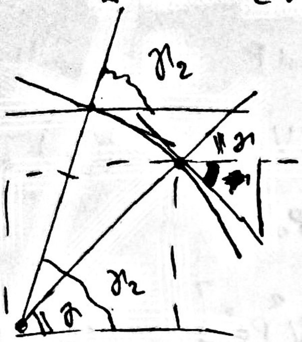
---

3) $КПД = \frac{A}{Q_н}$;

Черновик

$dQ=0$; $\quad dU=-A_{газа}$; $\quad \frac{5}{2}\nu R dT=-PdV$; $\quad PV=\nu RT \Rightarrow \nu R dT = PdV + VdP$

$\frac{5}{2}PdV+\frac{5}{2}VdP+PdV=0$; $\quad \underline{7P\,dV+5V\,dP=0} \Rightarrow \frac{dP}{dV}=-\frac{7P}{5V}$



$$\frac{dy}{dx}=\frac{dP}{dV}\cdot\left(\frac{V_0}{P_0}\right)=+\frac{7P}{5V}\left(\frac{V_0}{P_0}\right)=+tg\,\gamma$$

$y=\frac{P}{P_0}$

$x=\frac{V}{V_0}$

$$\boxed{ctg\,\gamma=\frac{7PV_0}{5VP_0}=\frac{7}{5}tg\,\gamma}$$

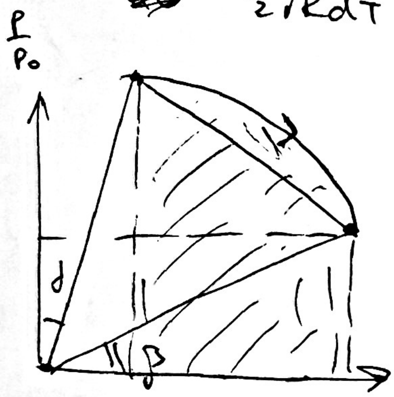
$$\frac{\frac{P}{P_0}}{\frac{V}{V_0}}=tg\,\gamma$$

---

3) $\eta=\frac{A}{Q_н}$; $\quad$ 2-1: $Q=0 \Rightarrow \frac{5}{2}\nu R(T_1-T_2)=-A_{1-2} \Rightarrow A_{1-2}=\frac{5}{2}\nu RT_2(\sqrt{2}-1)$

1-2: $\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+\left(\frac{P}{P_0}\right)^2=x^2$; $\quad \frac{VdV}{V_0}+\frac{PdP}{P_0}=0 \Rightarrow \underline{VdV\cdot P_0+PdP\cdot V_0=0}$

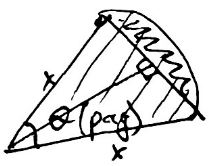
$\frac{5}{2}\nu R dT=dQ-PdV \Rightarrow dQ=\frac{5}{2}VdP+\frac{7}{2}PdV$



$V=-\frac{PdP\,V_0}{dV\cdot P_0}$; $\quad P=-\frac{VdV}{dP}\left(\frac{P_0}{V_0}\right)$

$$dQ=-\frac{5}{2}\frac{P\,dP^2V_0}{dV\,P_0}+\frac{7}{2}PdV=\frac{7PdV^2\cdot P_0-5PdP^2V_0}{2}$$

$\cancel{A=\int P(V)dV=-\frac{P_0}{V_0}\int\frac{VdV^2}{dP}=\ldots}$



$S_{III}=\pi x^2\cdot\left(\frac{\Theta}{2\pi}\right)$

$S=x^2\left(\frac{\Theta}{2}\right)-\frac{1}{2}x^2\cdot\sin\Theta=$

$=\frac{x^2}{2}\left[\Theta-\sin\Theta\right]$

$S_\Delta=\frac{1}{2}x^2\sin\Theta$

$\alpha=\frac{\pi}{8}$

$\beta=\frac{\pi}{12}$

$\Theta=90°-\alpha-\beta=90-\underbrace{22{,}5-15}_{37{,}5}=52{,}5$

$2\Theta=180-\underbrace{45-30}_{75}=105°$

$\frac{1}{tg\,\gamma}=\frac{7}{5}tg\,\gamma$

$tg^2\gamma=\frac{5}{7}$

$\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}-\frac{\pi}{12}=$

$=\frac{12\pi-3\pi-2\pi}{24}=\frac{7\pi}{24}$

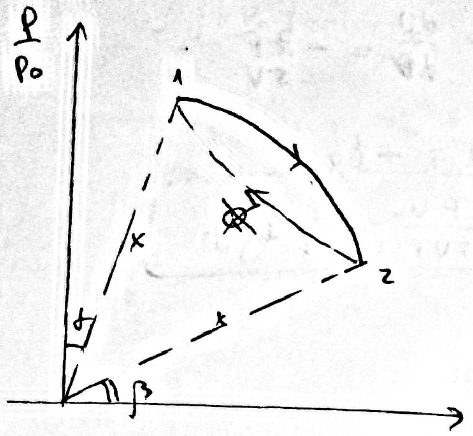
21203449 (U333601 M1263261)

Чернобик

$\eta = \frac{A}{Q_н}$;

1-2: $PdV + VdP = \nu R dT$

$\left(\frac{P}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = x^2 \Rightarrow PdP\, V_0^2 + VdV \cdot P_0^2 = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{V\left(P_0^2\right)}{P V_0^2}$



$\frac{5}{2}\nu R dT = dQ - PdV = \frac{5}{2}PdV + \frac{5}{2}VdP$

$dQ = \frac{7}{2}PdV + \frac{5}{2}VdP = \frac{7}{2}PdV + \frac{5}{2}VdV \cdot \left(-\frac{V}{P}\cdot\frac{P_0^2}{V_0^2}\right) =$

$= \frac{dV}{2PV_0^2}\left(7P^2V_0^2 - 5V^2P_0^2\right) =$

$= \frac{dV}{2PV_0^2}\left(7V_0^2P_0^2\left[x^2 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] - 5V^2P_0^2\right] =$

$= \cancel{\frac{dV}{2PV_0}}$

1-2: $Q_{н_2} = 0$; $A_{1-2} = -\Delta U = -\frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\overset{P_2V_2}{\nu R T_2}(1-\sqrt{2}) =$

$= \frac{5}{2}x^2 \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta\, P_0V_0(1-\sqrt{2})$

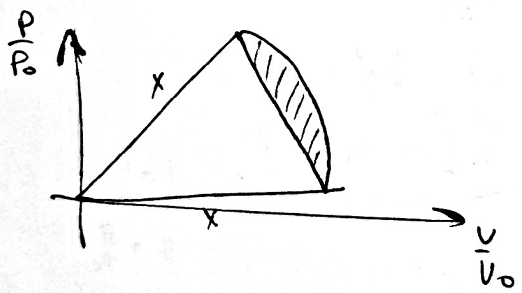
$\cancel{P^2 = \left(x^2 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right)P_0^2}$

$\frac{dP}{dV} = -\frac{V}{P}\left(\frac{P_0^2}{V_0^2}\right)$; $dQ = \frac{7}{2}dA + \frac{5}{2}VdP$

$\Downarrow$

$V = -\frac{PdP}{dV}\left(\frac{V_0}{P_0}\right)^2$ $\quad Q = \frac{7}{2}A + \frac{5}{2}\int VdP$

$VdP = -\frac{PdP^2}{dV}\left(\frac{V_0}{P_0}\right)^2$ $\quad Q_н = \Delta U + A$; $\Delta U = \frac{5}{2}\nu R T_2(1-\sqrt{2})$



$S_{////} =$

(2)

~~Чистовик.~~ Черновик

$$= \left[\frac{x P_0}{2}(\cos\alpha - \sin\beta) + x \cdot \sin\beta \cdot P_0\right] \cdot x V_0 (\cos\beta - \sin\alpha)$$

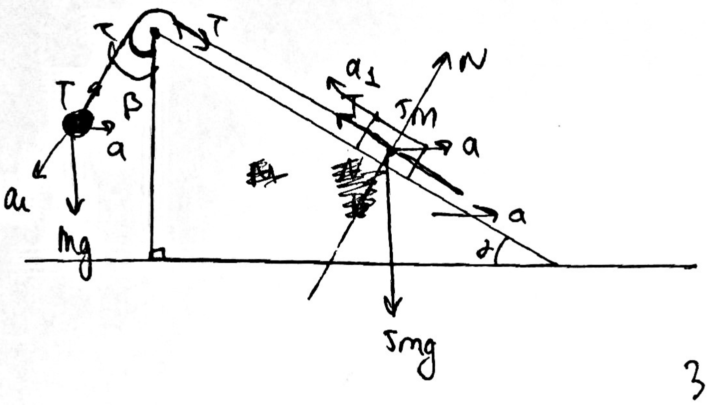
Итого: $A_{1-2} = P_0 V_0 \cdot \frac{x^2}{2}[\theta - \sin\theta] + x^2 P_0 V_0 \left[\frac{\cos\alpha - \sin\beta}{2} + \sin\beta\right](\cos\beta - \sin\alpha)$

$Q = \Delta U + A_{1-2}$

Итого: $\eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-1}}{Q} = \frac{\frac{5}{2} x^2 \sin\beta\cos\beta \, P_0 V_0 (1-\sqrt{2}) + P_0 V_0 x^2 \left[\frac{\theta - \sin\theta}{2} + \left(\frac{\cos\alpha - \sin\beta}{2} + \sin\beta\right)(\cos\beta - \sin\alpha)\right]}{\frac{5}{2} x^2 \sin\beta\cos\beta \, P_0 V_0 (1-\sqrt{2}) + A}$

Черновик

№1.



$36+13=49$

24 12 $\frac{84}{5}$

22 7

− 36 10 5

$\begin{array}{r} 48 \\ \times\ 5 \\ \hline 240 \end{array}$

$48 - \frac{84}{5} = \frac{240-84}{5}$

$\begin{array}{r} 240 \\ -\ 84 \\ \hline 156 \end{array}$

$156 : 13 = 12$

$36-7$

$l = \frac{H}{\cos\beta}$

$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 13 \\ \hline 156 \end{array}$

21203449 (U333601 M1263261)

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21203449**

ID профиля: **333601**

Вариант 8

1

Чистовик.

Задача №3.

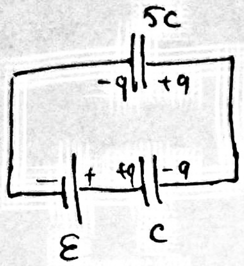


рис. 1.

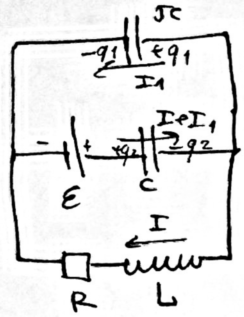


рис. 2.

На рис. 1. показано состояние равновесия до замыкания ключа. На конденсаторах C и $5C$ равные заряды q. ~~Закон Ома~~ Правило Кирхгоффа:

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{5C} = \frac{6q}{5C} \Rightarrow q = \frac{5C\mathcal{E}}{6}.$$

На рис. 2 — схема после замыкания ключа. I — ток через катушку, I_1 — ток через конденсатор $5C$. q_2 — заряд на C, q_1 — заряд на $5C$. ~~Закон Ома~~: Правило Кирхгоффа:

$$\begin{cases} (1)\ \mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + \frac{q_1}{5C} \Rightarrow q_1 = 5(C\mathcal{E} - q_2) \Rightarrow \dot{q}_1 = -5\dot{q}_2. \\ (2)\ \mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + L\cdot\dot{I} + RI. \end{cases}$$

$I_1 = \dot{q}_1$, $I + I_1 = \dot{q}_2 \Rightarrow I = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 = 6\dot{q}_2$. Подставим в (2):

$$\mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + L\cdot 6\ddot{q}_2 + 6R\dot{q}_2 \Rightarrow \ddot{q}_2 + \left(\frac{R}{L}\right)\dot{q}_2 + \left(\frac{1}{6LC}\right)q_2 - \frac{\mathcal{E}}{6L} = 0.$$

Это ур-е затухающих колебаний. Реш-е: $q_2 = A\cdot e^{-\gamma t}\cdot\cos(\omega t) + C\mathcal{E}$, где A — амплитуда, $\gamma = \frac{R}{2L}$, ω — частота колебаний. При $t\to\infty$: $q_2 \to C\mathcal{E}$. Т.е. в установившемся режиме на конденсаторе C напряжение: $U_C = \frac{q_2}{C} = \mathcal{E} \Rightarrow$ на конд. $5C$:

$U_{5C} = \mathcal{E} - U_C = 0$. Ток $I = 0$. Энергия, запасённая в катушке, как и в начале, равна нулю.

2) Из З.С.Э.: $A_{ист.} = \Delta W + Q$, где Q — выделившееся после замыкания ключа тепло, $A_{ист.}$ — работа источника.

$W_1 = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2\cdot(5C)} = \frac{3q^2}{5C}$ — изначальная (после замык. ключа) энергия конденсаторов.

$W_2 = \frac{(C\mathcal{E})^2}{2C} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$ — конечная энергия конденсаторов ($W_{5C} = 0$).

$\Rightarrow \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{6C\mathcal{E}^2}{12} - \frac{\cancel{3}\cdot \cancel{25}^{5} C\mathcal{E}^2}{\cancel{5}\cdot\cancel{36}\,12} = \frac{C\mathcal{E}^2}{12}$.

$A_{ист.} = \mathcal{E}\left[(C\mathcal{E}) - q\right] = C\mathcal{E}^2 - \frac{5C\mathcal{E}^2}{6} = \frac{C\mathcal{E}^2}{6}$.

$\Rightarrow Q = A_{ист.} - \Delta W = \frac{C\mathcal{E}^2}{6} - \frac{C\mathcal{E}^2}{12} = \frac{C\mathcal{E}^2}{12}$.

1) Сразу после замыкания ключа: $I = 0 \Rightarrow U_L = \mathcal{E} - \frac{q}{C} = \frac{\mathcal{E}}{6}$; $U_L = L\dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \frac{\mathcal{E}}{6L}$.

3) Пусть в нек. момент τ: $I_1 = I_0 = -5\dot{q}_2 \Rightarrow \dot{q}_2 = -\frac{I_0}{5}$

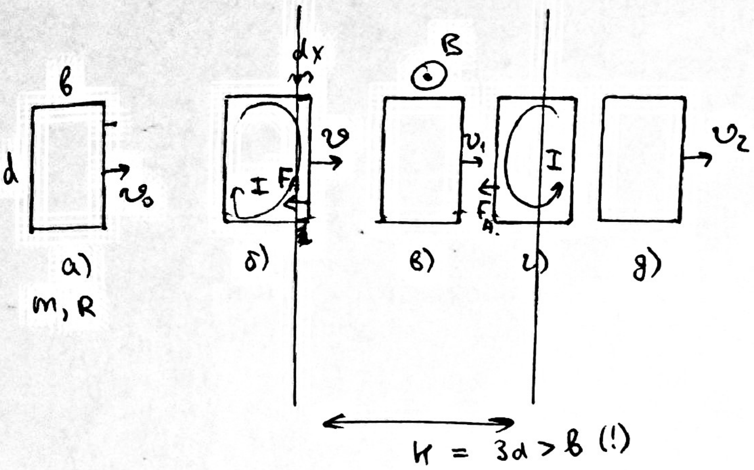
Напряжение на резисторе: $U_R = |I\cdot R| = |6\dot{q}_2 R| = \frac{6I_0R}{5}$.

Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{\mathcal{E}}{6L}$, 2) $Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{12}$, 3) $U_R = \frac{6}{5}I_0\cdot R$.

21203449 (U333601 M1263262)

Чистовик.

Задача №4.



(а)

Изначально токи в рамке нет. Когда рамка начинает влетать в область поля B, поток магн. поля Φ_B через неё начинает меняться (↑), что приводит к появл-ю ЭДС индукции.

Закон электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{B\,dS}{dt} = -\frac{B\cdot d\cdot dx}{dt}$$ (где dx — то, на сколько сдвинулась рамка в напр-и области B за dt. $\mathcal{E} = -Bd\cdot v$ ($v = \frac{dx}{dt}$ — скорость рамки). $d\Phi_B \neq 0$, пока рамка влетает в поле (б). $I = \left|\frac{\mathcal{E}}{R}\right| = \frac{Bdv}{R}$. На правую сторону рамки нач. действовать сила Лоренца $F_л$, направленная против движ-я рамки (компоненты $F_л$, действ-е на верхний и нижний участки рамки направлены ⊥ движению и компенсируют друг друга).

$$|\vec{F}_л| = IdB = \frac{B^2d^2v}{R}$$ II закон Ньютона: $m\left(\frac{dv}{dt}\right) = -F_л = -\frac{B^2d^2}{R}v \quad (1) \Rightarrow$

$\Rightarrow m\,dv = -\frac{B^2d^2}{R}\cdot \underbrace{v\,dt}_{dx} \Rightarrow m(v_1 - v_0) = -\frac{B^2d^2}{R}\cdot b$, где v_1 — скорость рамки, вошедшей в поле целиком $\Rightarrow v_1 = v_0 - \frac{B^2d^2}{Rm}\cdot b$; $b = \frac{2d}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1 = v_0 - \frac{2B^2d^3}{3Rm}$. В состоянии в): $d\Phi_B = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 0,\ I = 0$ и на рамку горизонтально не действует внешних сил. Она сохраняет свою скорость, поэтому скорость рамки при выходе правой стороны из поля равна v_1.

В состоянии г): $d\Phi < 0 \Rightarrow$ индуцируется ток I, направл-й против часовой стрелки. $F_л$ по-прежнему противонаправлена v и замедляет рамку.

$$m\,dv = -\frac{B^2d^2}{R}dx \Rightarrow m(v_2 - v_1) = -\frac{B^2d^2}{R}b \Rightarrow v_2 = v_1 - \frac{2B^2d^3}{3Rm} = v_0 - \frac{4B^2d^3}{3Rm}$$

— скорость рамки после выхода из поля.

Ускорение в рамке сразу после вхождения в поле найдём из (1):

$ma = -\frac{B^2d^2}{R}\cdot v_0 \Rightarrow a = -\frac{B^2d^2v_0}{mR}$. Модуль ускорения: $|a| = \frac{B^2d^2v_0}{mR}$.

Ответ: 1) $|a| = \frac{B^2d^2v_0}{mR}$, 2) $v_1 = v_0 - \frac{2B^2d^3}{3Rm}$, 3) $v_2 = v_0 - \frac{4B^2d^3}{3Rm}$.

Чистовик.

Задача №5.

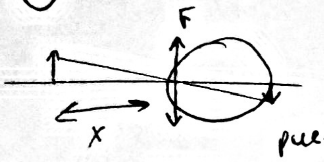


рис. 1.

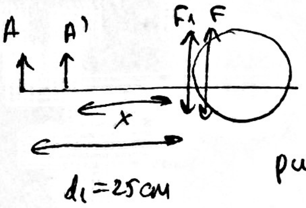


рис. 2.

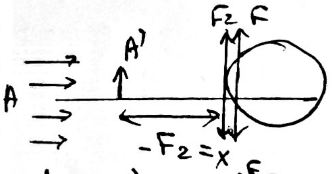


рис. 3.

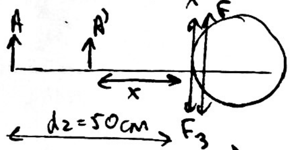


рис. 4.

Пусть человек может читать без очков текст на расст-и x от глаз (рис. 1). Опт. сила D_1 очков для чтения подбирается так, чтобы из-е предмета на расс-и $d_1 = 25$ см нормального видения нах-сь на расс-и x ~~от~~ комфортного видения глаза (рис. 2). Опт. сила D_2 очков ~~от дальнозорк~~ для рассм-я удалённых предметов ~~фокусируется~~ такова, что $\parallel$ пучок фокусируется на расс-и x от глаза (рис. 3).

Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{x} = D_1$$

$$\frac{1}{F_2} = -\frac{1}{x} = D_2.$$

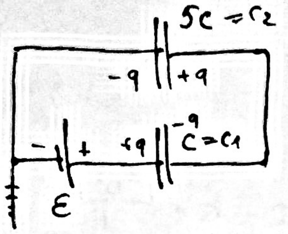
1) По усл.: $\frac{D_1}{D_2} = \frac{x-d_1}{\cancel{x}d_1}\left(-\frac{\cancel{x}}{1}\right) = \frac{d_1-x}{d_1} = \frac{1}{5} \Rightarrow$ ~~...~~ $d_1 = 5d_1 - 5x \Rightarrow x = \frac{4}{5}d_1 = 20$ см

2) Сила очков для рассматр-я удалённых предметов: $D_2 = -\frac{1}{x} = -\frac{10}{2}$ дптр $= -5$ дптр.

3) $\frac{1}{F_3} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{x} = D_3$, где D_3 – опт. сила очков для чтения с экрана на расстоянии $d_2 = 50$ см (рис. 4). $D_3 = \frac{x-d_2}{x \cdot d_2} = \frac{0{,}2 - 0{,}5}{0{,}2 \cdot 0{,}5}$ дптр $= -3$ дптр.

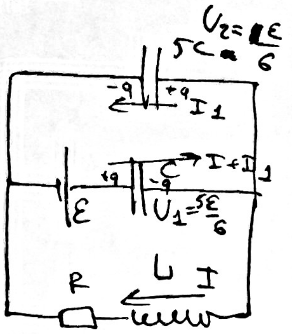
Ответ: 1) $x = 20$ см, $D_2 = -5$ дптр, 2) $D_3 = -3$ дптр.

53. Черновик



$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{5C} = \frac{6q}{5C} \Rightarrow q = \frac{5C\mathcal{E}}{6}.$

1) $U_L = L\cdot \dot{I} = \mathcal{E} - U_1 = \mathcal{E} - \frac{5}{6}\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}}{6} \Rightarrow \underline{\dot{I} = \frac{\mathcal{E}}{a}}.$



Закон Ома:

$I_1 = \dot{q}_1$

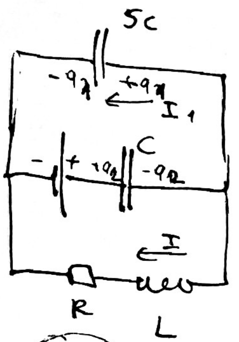
$I + I_1 = \dot{q}_2 = I + \dot{q}_1 \Rightarrow I = \dot{q}_2 - \dot{q}_1$

$\dot{q}_1 = -5\dot{q}_2$

$\Uparrow$

$\Rightarrow q_1 = 5(C\mathcal{E} - q_2)$

$\mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + \frac{q_1}{5C} = \frac{5q_2 + q_1}{5C} \Rightarrow q_1 + 5q_2 = 5C\mathcal{E}$



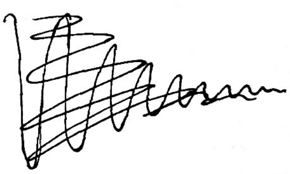
$\mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + L\dot{I} + RI = \frac{q_2}{C} + R\cdot 6\dot{q}_2 + L\cdot 6\ddot{q}_2$

$I = \dot{q}_2 - \dot{q}_1 = \dot{q}_2 + 5\dot{q}_2 = 6\dot{q}_2$

$(6L)\ \ddot{q}_2 + 6R\cdot\dot{q}_2 + \frac{1}{C}\cdot q_2 = \mathcal{E}$

$\ddot{q}_2 + \underbrace{\frac{R}{L}}_{2\gamma}\dot{q}_2 + \underbrace{\frac{1}{6LC}}_{\omega_0^2}\cdot q_2 - \frac{\mathcal{E}}{6L} = 0$

$q_2 = \overset{\frac{5C\mathcal{E}}{6}}{A}\, e^{-\gamma t}\cos(\omega t)$; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$;



$q_2(0) = \frac{5C\mathcal{E}}{6} = A$; $\dot{q}_2 = -A\gamma\cdot e^{-\gamma t}\cos(\omega t) - A\cdot e^{-\gamma t}\cdot\omega\cdot\sin(\omega t)$

$I_1 = \underbrace{\dot{q}_1 = -5\dot{q}_2}$ $= 5A\gamma\cdot e^{-\gamma t}\cdot\cos(\omega t) + 5A\omega\cdot e^{-\gamma t}\cdot\sin(\omega t) = I_0$

$I_1 = |-5\dot{q}_2| = I_0 \Rightarrow |\dot{q}_2| = \frac{I_0}{5}$

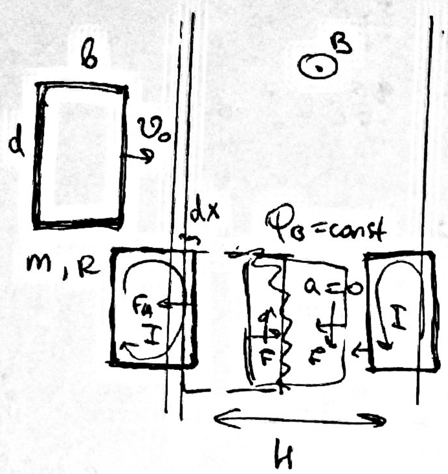
$U_R = R\cdot I = R(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) = 6R|\dot{q}_2| = \frac{6}{5}RI_0.$

$q_1 = 5C\mathcal{E}$

$q_2 = q_2' + C\mathcal{E} = A\cdot e^{-\gamma t}\cdot\cos(\omega t) + C\mathcal{E}$

$q_2(0) = \frac{5C\mathcal{E}}{6} = \frac{6}{6}C\mathcal{E}$

№4. Черновик



1) $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B\cdot d\cdot\frac{dx}{dt} = -Bdv.$

$d\Phi_B = B\cdot dS = B\cdot d\cdot dx$

$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Bdv_0}{R} \Rightarrow F_A = I\cdot d\cdot B = \frac{d^2B^2v_0}{R}$

$\Rightarrow a = \frac{F_A}{m} = \frac{d^2B^2v_0}{mR} = const$, пока рамка не в поле

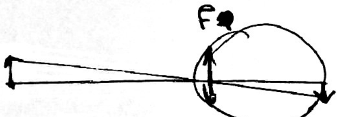
2) $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2B^2}{mR}\cdot v$; $dv = \frac{d^2B^2}{mR}\cdot dx \Rightarrow \Delta v = \frac{d^2B^2}{mR}\cdot b \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1 = v_0 - \Delta v = v_0 - \frac{d^2B^2}{mR}\cdot b.$

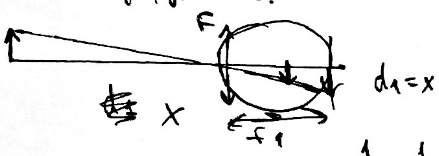
$v_2 = v_0 - 2\Delta v.$

№5.

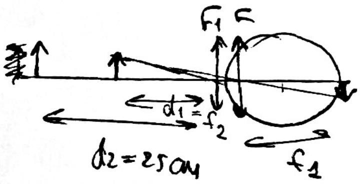
$-\frac{3}{2\cdot 0{,}5}$

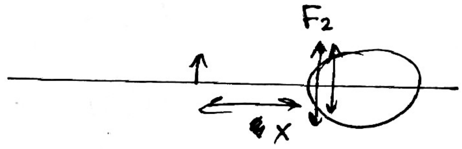


Близорукость:



$\frac{1}{x} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$





$\frac{1}{F_2} = -\frac{1}{x} \Rightarrow D_2 = -\frac{1}{x}$

$\frac{D_1}{D_2} = \frac{x-d_2}{x\cdot d_2}\left(\frac{x}{-1}\right) = \frac{d_2 - x}{d_2} = \frac{1}{5}$

$5d_2 - 5x = d_2$

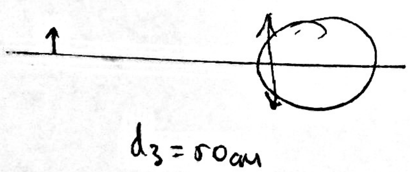
$5x = 4d_2$

$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F_1} \Rightarrow \frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{x} \Rightarrow D_1 = \frac{x - d_2}{xd_2}$, где $d_2 = 25$ см.

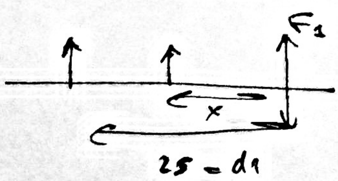
$x = \frac{4}{5}\cdot 25$ см $= 20$ см

$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$

$D_2 = -\frac{10}{2} = -5$ дптр.



$D_3 = \frac{x - d_3}{x\cdot d_3} = \frac{-0{,}3}{0{,}2\cdot 0{,}5} = -3$ дптр.



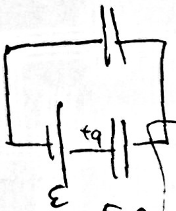
21203449 (U333601 M1263262)

Черновик

$$W_1 = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2(5C)} = \frac{3}{5C}\cdot\frac{q^2}{2} = \frac{3}{5C}\cdot\frac{25C^2\varepsilon^2}{36} = \frac{5}{12}C\varepsilon^2$$

$\frac{1}{C} + \frac{1}{5C}$

$\frac{6C\varepsilon^2}{12}$



$A = \Delta W + Q$

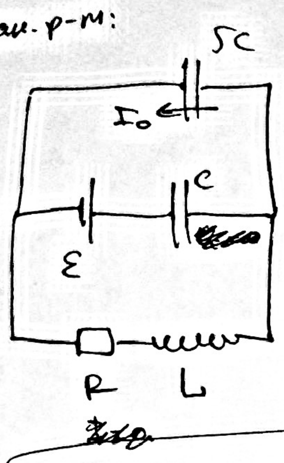
$\frac{5C\varepsilon}{6}$

↓

$\frac{6C\varepsilon}{6}$

№3

Устан. р-м:



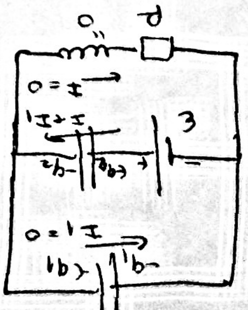
2) $Q = \Delta W_1 + \Delta W_2 + A_{ист.} = \mathcal{E} q_0 = \frac{5}{6} C\mathcal{E}^2$

$\Delta W_1 = \frac{q_0^2}{2C} = \frac{25 C\mathcal{E}^2}{2 \cdot 36}$

$\Delta W = \frac{q_0^2}{2}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{5C}\right) = \frac{6}{5C} \cdot \frac{q_0^2}{2} = \frac{6}{10C} \cdot \frac{25 C^2 \mathcal{E}^2}{36} = \frac{5}{12} C\mathcal{E}^2$

$Q = \frac{5}{4} C\mathcal{E}^2$

№3. Черновик



1) $\mathcal{E} = \frac{5\mathcal{E}}{6} + L\dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \frac{\mathcal{E}}{6L}$

2) $\ddot{q}_2 + \left(\frac{R}{L}\right)\dot{q}_2 + \frac{1}{6LC} q_2 - \frac{\mathcal{E}}{6L} = 0$

$q_2 = q_2' + C\mathcal{E} \Rightarrow \ddot{q}_2' + \left(\frac{R}{L}\right)\dot{q}_2' + \frac{1}{6LC} q_2' = 0 \quad q_2' = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t)$

$q_2 = A \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t) + C\mathcal{E}$

$q_2(0) = \frac{5C\mathcal{E}}{6} \Rightarrow A = -\frac{C\mathcal{E}}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow q_2 = -\frac{C\mathcal{E}}{6} \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos(\omega t) + C\mathcal{E}; \quad \lim_{t \to \infty} q_2 \to C\mathcal{E}$

$q_1 = 5C\mathcal{E} - 5q_2$