Часть 1

Олимпиада: **Физика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **21206126**

ID профиля: **288505**

Вариант 1

Чистовик (1)

№1. Пусть v_0 — начальная скорость шариков, а H_0 — максимальная высота подъёма первого шарика. t — время, искомое в 1) пункте.

Для второго шара:
$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Для первого шара:
$$H_0 - H = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H = H_0 - \frac{gt^2}{2}.$$

Из закона сохранения энергии для первого шара (m — масса шара):
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH_0 \Rightarrow H_0 = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow v_0 t = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow t = \frac{v_0}{2g}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\left(\frac{v_0}{2g}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$v_0 = \sqrt{\frac{8}{3}gH}$ 2) $\qquad t = \frac{v_0}{2g} = \sqrt{\frac{2H}{3g}}$ 1)

$$S = H_0 + (H_0 - H) = 2H_0 - H = \frac{v_0^2}{g} - H = \frac{\frac{8}{3}gH}{g} - H = \frac{8}{3}H - H = \frac{5}{3}H$$

$S = \frac{5}{3}H$ 3)

Ответ: $t = \sqrt{\frac{2H}{3g}}$, $v_0 = \sqrt{\frac{8}{3}gH}$, $S = \frac{5}{3}H$.

№3.

Пусть p_0, V_0 — начальные давление и объём пара, а p и V — конечные. m_0 — начальная масса пара (3г), m — конечная.

$p = 1{,}8p_0 \qquad V = \frac{V_0}{3{,}5}$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$m_0 = \frac{p_0 V_0 M}{RT}, \qquad m = \frac{pVM}{RT} = \frac{1{,}8p_0 \cdot \frac{V_0}{3{,}5} M}{RT} = \frac{1{,}8}{3{,}5} m_0 < m_0.$$

Масса пара уменьшилась, а значит его часть перешла в воду и пар насытился. Тогда $p = p_{нас} \Rightarrow p_0 = \frac{p}{1{,}8} = \frac{p_{нас}}{1{,}8} = \frac{0{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1{,}8} \approx$
$\approx 2{,}78 \cdot 10^4$ Па

$$V_0 = \frac{m_0 RT}{p_0 M} \Rightarrow V = \frac{V_0}{3{,}5} = \frac{1{,}8\, m_0 RT}{3{,}5\, p_{нас} M} = \frac{1{,}8 \cdot 3 \cdot 10^{-3}\text{ кг} \cdot 8{,}31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К} \cdot (81+273)\text{ К}}{3{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \approx$$

21206126 (U288505 M1283660)

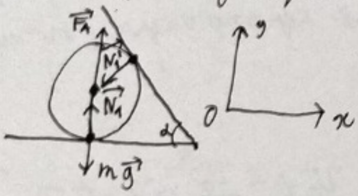
Чистовик 2

$\approx 5,04 \cdot 10^{-3} м^3$

Ответ: $p_0 = 2,78 \cdot 10^4$ Па,
$V = 5,04 \cdot 10^{-3} м^3$.

№2. По третьему закону Ньютона, сила с которой шар действует на дно равна по модулю силе, с которой дно действует на шар.

1) В этом случае ускорение шара $a = 0$.



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F_A} + \vec{N_1} + \vec{N_1'}$$

$$Ox: 0 = 0 + 0 + 0 - N_1' \sin\alpha$$

$$N_1' = 0$$

$$Oy: 0 = -mg + F_A + N_1 + 0$$

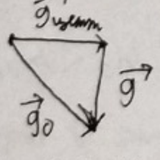
$$N_1 = mg - F_A = 3\rho V g - \rho V g = 2\rho V g =$$
$$= 2\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 g = \frac{8}{3}\pi R^3 \rho g$$

2) Будем рассматривать ~~их~~ ситуацию в системе отсчёта, которая вращается вместе с сосудом.

В этой системе отсчёта ускорение шара $a = 0$.

Так как моменты сил на шар не действуют, ~~то~~ для нахождения силы Архимеда и центробежной силы, мы можем представить шар как материальную точку (то есть представить, что вся его масса сосредоточена в его центре). Тогда эта точка будет находиться на расстоянии $2R$ от оси вращения.

На расстоянии $2R$ от оси вращения на малый объём воды, имеющий массу dm будут действовать силы $dm\, g$ (~~[illegible]~~ вертикально) и $dm\, w^2 \cdot 2R$ (горизонтально). Это аналогично случаю, когда вода находится в поле тяжести с ускорением свободного падения $g_0 = \sqrt{g^2 + (2w^2R)^2}$ и направленного как на рисунке ниже.



$$g_{центр} = 2w^2R.$$

Тогда на нашу материальную точку будет действовать сила Архимеда $\vec{F_A} = -\rho V \vec{g_0}$, где V – изначальный объём шарика. В таком случае, мы можем разложить $\vec{F_A}$ на два вектора: $\vec{F_{A,x}'} = -\rho V \vec{g_{центр}}$, $\vec{F_{A,y}} = -\rho V \vec{g}$. Центробежная сила, действующая на точку $\vec{F_ц} = 3\rho V$

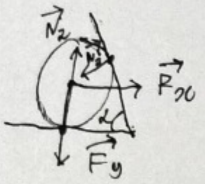
Чистовик ③

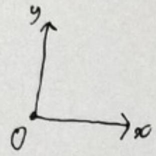
$\vec{F_ц} = 3\rho V \vec{g}_{зем}$, сила тяжести – $\vec{F_т} = 3\rho V \vec{g}$.

Если сложить попарно эти вектора, то мы получим:

$\vec{F_x} = \vec{F_ц} + \vec{F_{A,x}} = 3\rho V \vec{g}_{зем} - \rho V \vec{g}_{зем} = 2\rho V \vec{g}_{зем}$

$\vec{F_y} = \vec{F_т} + \vec{F_{A,y}} = 3\rho V \vec{g} - \rho V \vec{g} = 2\rho V \vec{g}$.





$$m\vec{a} = \vec{F_x} + \vec{F_y} + \vec{N_2} + \vec{N_2'}$$

$$Ox:\ 0 = F_x + 0 + 0 - N_2' \sin\alpha$$

$$N_2' = \frac{F_x}{\sin\alpha} = \frac{2\rho V \cdot 2w^2 R}{\sin\alpha}$$

$$Oy:\ 0 = 0 - F_y + N_2 - N_2' \cos\alpha.$$

$$N_2 = F_y + N_2' \cos\alpha = 2\rho V g + \frac{4\rho V w^2 R}{tg\,\alpha} =$$

$$= 2\rho V g + 2\rho V w^2 R = 2\rho V(g + w^2 R) =$$

$$= \frac{8}{3}\pi R^3 \rho (g + w^2 R).$$

Ответ: $N_1 = \frac{8}{3}\pi R^3 \rho g$,

$N_2 = \frac{8}{3}\pi R^3 \rho (g + w^2 R)$.

21206126 (U288505 M1283660)

Черновик.

$\cancel{M} = mgH_0 = \frac{mv_0^2}{2}$ $H_0 = \frac{v_0^2}{2g}$

$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $H_0 - H = \frac{v_0^2}{2g} - H = \frac{gt^2}{2}$

$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}$

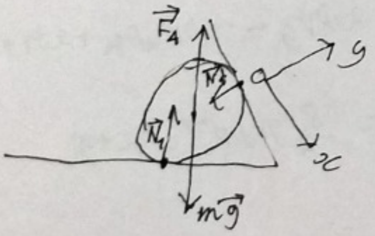
$t = \frac{v_0}{2g}$

$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\cdot\frac{v_0^2}{4g^2}}{2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$

$v_0 = \sqrt{\frac{8}{3}gH}$

$H_0 + H_0 - H = 2H_0 - H = \frac{v_0^2}{g} - H = \frac{8}{3}H - H = \frac{5}{3}H$

2.



$N_1 + F_A = mg$

$N_1 = mg - F_A = 3\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 g -$
$- \rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 g = \frac{8\pi R^3 \rho g}{3}$

15 885,396

3 150 000

$p_2' =$ [illegible] $\cdot 10\, p_{нас}$

$p_{нас} V$

$\frac{PV}{T} = \nu R$

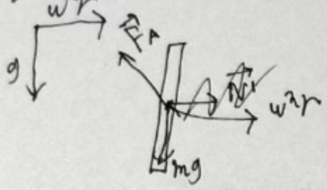
pV

$p_0 = \frac{p_{нас}}{1{,}8}$

$\frac{p_0 V_0}{T} = \frac{m_0}{M} R$ $V_0 = \frac{m_0 R T}{p_0 M}$

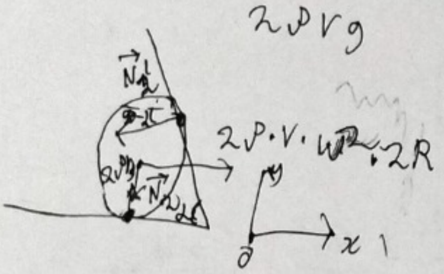
$V' = \frac{1{,}8 m_0 R T}{3{,}5 p_{нас} M}$

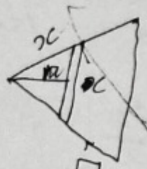
Черновик



$2\rho V\omega^2 r$

$2\rho V g$





$\rho\cdot a\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{2}\cdot\omega^2\cdot\frac{a}{\sqrt{3}}$

$\frac{a}{\sqrt{3}}$

$r=\frac{\sqrt{3}}{2}x$

$S=x\cdot dr=\frac{\sqrt{3}}{2}x\,dx$

$dF=\rho\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x\,dx\cdot\omega^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}x=$

$=\rho\cdot\frac{3}{4}x^2\omega^2dx$

$F=\int_0^a\frac{3}{4}\rho\omega^2\cdot x^2dx=\frac{3}{4}\rho\omega^2\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^a=$

$=\frac{\rho\omega^2a^3}{4}$

$Ox:\ 2\rho V\cdot\omega^2\cdot 2R=N_2'\cdot\sin\alpha$

$N_2'=\frac{4\rho V\omega^2R}{\sin\alpha}$

$Oy:\ N_2'\cos\alpha+2\rho Vg=N_2$

$N_2=\frac{4\rho V\omega^2R}{\operatorname{tg}\alpha}+2\rho Vg=2\rho V\omega^2R+2\rho Vg=2\rho V(\omega^2R+g)=$

$=2\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3(\omega^2R+g)=\frac{8}{3}\pi\rho R^3(\omega^2R+g)$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **21206126**

ID профиля: **288505**

Вариант 1

Чистовик (2)

$$L = \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{5}{3}H \qquad L = \frac{a_2 t_2^2}{2} = \frac{5}{42} g t_2^2$$

$$\frac{5}{3}H = \frac{5}{42} g t_2^2$$

$$H = \frac{g t_2^2}{14} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{14H}{g}}$$

Ответ: $t_1 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$,

$a_1 = \frac{19}{42} g$,

$t_2 = \sqrt{\frac{14H}{g}}$.

№5.

Пусть p_0, V_0, T_0 – начальные значения давления, объёма и температуры газа, а p, V, T – их конечные значения.

$p = p_0 + \Delta p$, $V = V_0 + \Delta V$, $T = T_0 + \Delta T$, $\frac{\Delta p}{p_0} = 0{,}02$, $\frac{\Delta V}{V_0} = -0{,}01$.

$\left|\frac{\Delta p}{p_0}\right|, \left|\frac{\Delta V}{V_0}\right|, \left|\frac{\Delta T}{T_0}\right| \ll 1$.

Из уравнения Менделеева–Клапейрона:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0\left(1+\frac{\Delta p}{p_0}\right)\left(1+\frac{\Delta V}{V_0}\right)}{T_0\left(1+\frac{\Delta T}{T_0}\right)} \Rightarrow 1 + \frac{\Delta T}{T_0} = \left(1+\frac{\Delta p}{p_0}\right)\left(1+\frac{\Delta V}{V_0}\right) \approx 1 + \frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\Delta V}{V_0}$$

$\frac{\Delta T}{T_0} \approx \frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\Delta V}{V_0} = 0{,}02 + (-0{,}01) = 0{,}01 > 0 \Rightarrow$ Температура увеличилась на 1%.

$$A \approx p_0 \Delta V = p_0 V_0 \cdot \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$\Delta U = C_V \nu \Delta T = \frac{3}{2} R \nu T_0 \left(\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\Delta V}{V_0}\right) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \left(\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\Delta V}{V_0}\right)$$

$$Q = \Delta U + A = p_0 V_0 \left(\frac{3}{2}\cdot\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{5}{2}\frac{\Delta V}{V_0}\right)$$

$$\frac{Q}{A} = \frac{\frac{3}{2}\cdot\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{5}{2}\cdot\frac{\Delta V}{V_0}}{\frac{\Delta V}{V_0}} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\frac{\Delta p}{p_0}}{\frac{\Delta V}{V_0}} + \frac{5}{2} = \frac{3}{2}\cdot\frac{0{,}02}{-0{,}01} + \frac{5}{2} = -3 + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

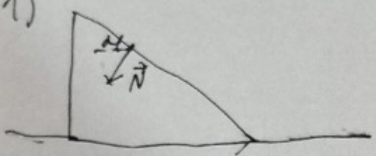
Ответ: увеличилась на 1%,

$\frac{Q}{A} = -\frac{1}{2}$.

21206126 (U288505 M1283661)

Черновик

1)



$a = \cancel{M}g \sin\alpha$

$H = L \sin\alpha$

$L = \frac{H}{\sin\alpha}$

$\sim \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{g\sin\alpha t^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

$N = mg\cos\alpha$

$3ma_1 = 2mg - mg\cos\alpha\sin\alpha$

$2 - \frac{12}{25} = \frac{50-12}{25} =$

$= \frac{38}{25}$

$p = p_0 + dp$

$V = V_0 + dV$

$T = T_0 + dT$

$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{1{,}02\,\cancel{p_0}\cdot 0{,}99\,\cancel{V_0}}{T}$

$3 + \frac{9}{25} = \frac{75+9}{25} = \frac{84}{25}$

$T = 1{,}02\cdot 0{,}99\,T_0 \approx 1{,}01\,T_0$

$A = p_0 dV$

$T = T_0\left(1+\frac{dp}{p_0}\right)\left(1+\frac{dV}{V_0}\right) \approx$

$\frac{38}{84} = \frac{19}{42}$

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\,dT = \frac{3}{2}d(pV) =$

$\approx T_0\left(1+\frac{dp}{p_0}+\frac{dV}{V_0}\right)$

$= \frac{3}{2}(p_0 dV + V_0 dp)$

$\frac{dT}{T_0} = \frac{dp}{p_0} + \frac{dV}{V_0}$

$3 - \frac{2\cdot 19}{21}$

$Q = \Delta U + A = \frac{5}{2}p_0 dV + \frac{3}{2}V_0 dp$

$\frac{63-38}{21} = \frac{25}{21}$

$\frac{Q}{A} = \frac{\frac{5}{2}p_0dV + \frac{3}{2}V_0dp}{p_0dV} = \frac{5}{2} + \frac{3\frac{dp}{p_0}}{2\frac{dV}{V_0}} = \frac{5}{2} + \frac{3\cdot 0{,}02}{2\cdot(-0{,}01)} =$

$\frac{5}{21}$

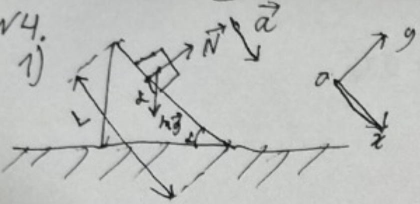
$= \frac{5}{2} - 3 = -\frac{1}{2}$

21206126 (U288505 M1283661)

Чистовик (1)

№4.

1)



$$m\vec a = \vec N + m\vec g$$

$$\cancel{Oy:\ 0 = N - mg\cos\alpha}$$

$$\cancel{N = mg\cos\alpha}$$

$$Ox:\ ma = 0 + mg\sin\alpha$$

$$a = g\sin\alpha.$$

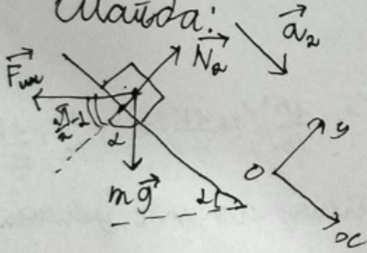
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$L\sin\alpha = H \Rightarrow L = \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{at_1^2}{2} = \frac{g\sin\alpha\, t_1^2}{2}$$

$$t_1 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

2), 3) Движение клина будем рассматривать в системе отсчёта, связанной с плоскостью, а движение шайбы — в системе отсчёта, связанной с клином. Тогда на шайбу будет действовать сила инерции $\vec F_{ин} = -m\vec a_1$ ($\vec a_1$ — ускорение клина, $\vec a_2$ — ускорение шайбы).

Шайба:



$$m\vec a_2 = \vec N_2 + m\vec g + \vec F_{ин}$$

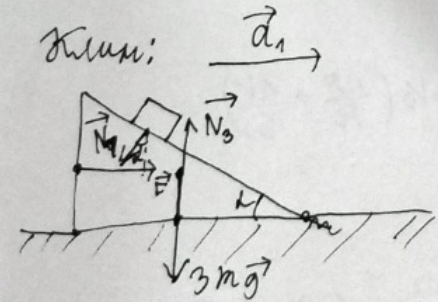
$$Ox:\ ma_2 = 0 + mg\sin\alpha - F_{ин}\cos\alpha$$

$$a_2 = g\sin\alpha - a_1\cos\alpha$$

$$Oy:\ 0 = N_2 - mg\cos\alpha - F_{ин}\sin\alpha$$

$$N_2 = mg\cos\alpha + ma_1\sin\alpha$$

Клин:



По третьему закону Ньютона $\vec N_1 = -\vec N_2$.

$$3m\vec a_1 = 3m\vec g + \vec N_3 + \vec N_1 + \vec F$$

$$Ox:\ 3ma_1 = 0 + 0 - N_1\sin\alpha + F$$

$$3ma_1 = 2mg - (mg\cos\alpha + ma_1\sin\alpha)\sin\alpha = mg(2 - \sin\alpha\cos\alpha) - ma_1\sin^2\alpha$$

$$ma_1(3+\sin^2\alpha) = mg(2-\sin\alpha\cos\alpha)$$

$$a_1 = g\cdot\frac{2-\sin\alpha\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha} = g\cdot\frac{2-\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}{3+\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{19}{42}g$$

$$a_2 = g\sin\alpha - a_1\cos\alpha = \frac{3}{5}g - \frac{4}{5}\cdot\frac{19}{42}g = \frac{5}{21}g$$