Часть 1

Олимпиада: **Физика, 10 класс (1 часть)**

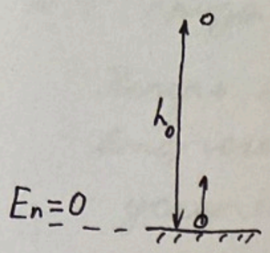
Шифр: **21204248**

ID профиля: **173598**

Вариант 2

Чистовик

№ 1



Когда мяч достиг максимальной высоты, его скорость стала 0.

Высота мяча ~~над полом h. ЗСЭ:~~ над точкой бросания h. Потенциальную энергию в начальной точке примем равной 0. ЗСЭ:

$$\frac{m(\dot{h})^2}{2} + mgh = E = const$$

(Движение мяча вертикально, поэтому $|v| = |\dot{h}|$)

$\frac{(m(\dot{h})^2)}{2} \geqslant 0$. Для максимального mgh $\frac{m(\dot{h})^2}{2}$ должно быть минимально, т.к. их сумма равна константе. При максимальном h $\dot{h} = 0$.

Пусть h_0 – максимальная высота мяча, тогда:

$$mgh_0 = E = \frac{mv_0^2}{2}$$ (В начальный момент $h = 0$, $\dot{h} = v_0$)

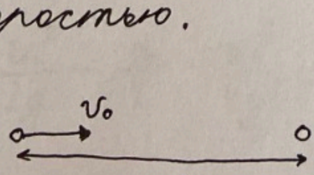
$$h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$L = \frac{m(\dot{h})^2}{2} - mgh.$$

$$-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{h}} + \frac{\partial L}{\partial h} = 0 \Leftrightarrow \ddot{h} = -g \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ мячи движутся с $\vec{g}$.

Теперь рассмотрим движение двух мячей. Их относительная скорость постоянна и равна v_0, в этом несложно убедиться, перейдя в СО, движущуюся с ускорением $\vec{g}$, в ней мячи летят с постоянной скоростью.



Таким образом, время до столкновения (от момента броска второго мяча):

$$\boxed{T = \frac{h_0}{v_0} = \frac{v_0^2}{2gv_0} = \frac{v_0}{2g}}$$

Чистовик

№ 1 (продолжение)

Теперь найдём время движение первого мяча до броска второго. Это время он двигался с постоянным ускорением g, при этом его скорость изменилась от v_0 до 0. Искомое время:

$$t_{12} = \frac{v_0}{g}$$

Время полёта I мяча до столкновения:

1) $$t_1 = t_{12} + \tau = \frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{2g} = \frac{3v_0}{2g}$$

отношение времени полёта I мяча к времени полёта II мяча:

2) $$\frac{t_1}{\tau} = \frac{\frac{3v_0}{2g}}{\frac{v_0}{2g}} = 3$$

3.) Нужную высоту можно найти минимум двумя способами. I мяч движется с высоты h_0 с ускорением g. II мяч движется с нулевой высоты с начальной скоростью v_0 с ускорением g. Высота столкновения (и первый и второй мяч в рассматриваемых вариантах двигаются τ):

$$h_c = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} = h_0 - \frac{g\tau^2}{2} =$$

$$= \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2}{4g^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

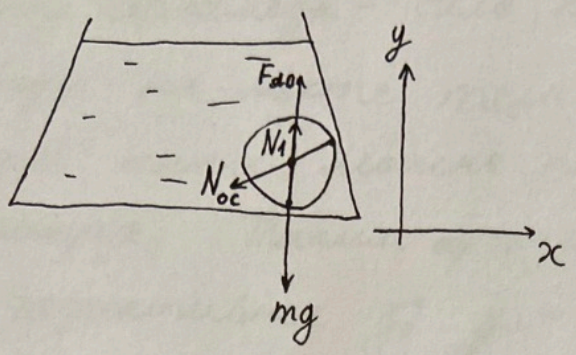
ответ: 1) $t_1 = \frac{3v_0}{2g}$

2) $\frac{t_1}{\tau} = 3$

3) $h_c = \frac{3v_0^2}{8g}$

Чистовик

№2

1) 

Шар находится в равновесии => сумма сил, действующих на него, равна 0. Рассмотрим это в проекциях.

По оси x составляющую имеет только сила реакции стенки => она равна 0.

По оси y:

$N_1 + F_{Ao} - mg = 0.$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объём шара.

$F_{Ao} = \rho V g$, $mg = 6\rho V g$

$N_1 = 5\rho V g = \frac{20}{3}\pi R^3 \rho g$

(по III закону Ньютона это и сила, с которой шар давит на дно).

2.) При вращении сосуда можно рассматривать действие вращения на центр масс, в чём просто убедиться. Пусть $\vec{r}$ – вектор от оси вращения до параллельной оси, проходящей через центр масс тела, а $\vec{d}$ – вектор от оси через ц.м. до массы dm. Тогда сила на тело, вызванная вращением:

$$\vec{F} = \int_m \omega^2(\vec{r}+\vec{d})\,dm = \omega^2\vec{r}\cdot m + \omega^2\int_m \vec{d}\cdot dm$$

Второе слагаемое равно 0, т.к. $\vec{d}$ – ~~рас~~ вектор от оси, проходящей через ц.м.

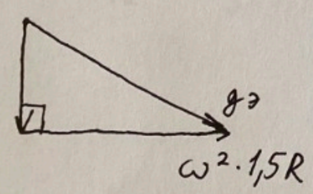
$\vec{F} = \omega^2\vec{r}\cdot m$

Чистовик

№2 (продолжение)

Сила Архимеда - сила, которая удерживала бы воду на месте тела в равновесии => для неё тоже можно рассматривать центр шара. Таким образом, нам надо найти эффективное $\vec{g_э}$ для центра шара, т.к. его плотность постоянна и центр масс совпадает с центром масс воды, которая заполняла бы объём этого шара.

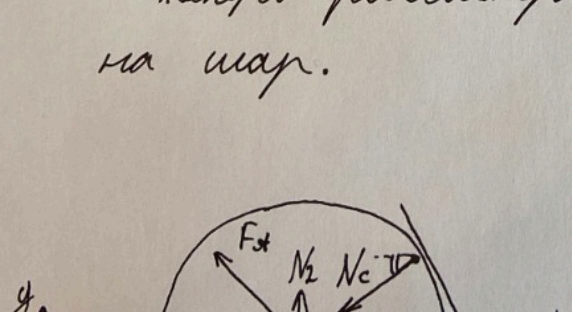
Перейдём в СО, движущуюся с $\vec{\omega}$. Тогда эффективное $\vec{g_э}$ будет складываться из $\vec{g}$ и центробежного ускорения в ц. м. шара, а оно по модулю равно $\omega^2 \cdot 1{,}5R$, т.к. расстояние от оси вращения до центра шара $1{,}5R$.



Для проецирования F_A и mg можно сразу брать нужную компоненту $\vec{g_э}$.

$(k \cdot \vec{g_э} = k\, g_{эy} \cdot \vec{e_y} + k\, g_{эx} \cdot \vec{e_x})$

Теперь рассмотрим силы, действующие на шар.



- Запишем условие равновесия для разных осей.

Ox: $-N_c \cos\beta - \rho V \omega^2 \cdot 1{,}5R + 6\rho V \omega^2 \cdot 1{,}5R = 0$

$N_c \cos\beta = 5\rho V \omega^2 \cdot 1{,}5R$

№2 (продолжение) Чистовик

$$O.y: \quad N_2 + \rho V g - 6\rho V g - N_c \sin\beta = 0$$

$$N_2 = 5\rho V g + N_c \sin\beta$$

$$N_c \sin\beta = N_c \cos\beta \cdot tg\beta$$

$$N_2 = 5\rho V g + 5\rho V \omega^2 \cdot 1{,}5R \cdot tg\beta$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha \Rightarrow tg\beta = \frac{1}{tg\alpha} = \frac{2}{3}$$

$$N_2 = 5\rho V\left(g + \omega^2 \cdot \frac{3}{2}R \cdot \frac{2}{3}\right) = 5\rho V(g + \omega^2 R)$$

$$N_2 = \frac{20}{3}\pi R^3 \rho (g + \omega^2 R)$$

Ответ: $N_1 = \frac{20}{3}\pi R^3 \rho g$

$$N_2 = \frac{20}{3}\pi R^3 \rho (g + \omega^2 R)$$

Чистовик

№3

Закон Менделеева - Клапейрона: $p \cdot V = \nu RT$

$T = (273,15 + t)\,K$, где t - температура в °C

При изотермическом сжатии пара его давление может увеличится до давления насыщенного пара, а при дальнейшем сжатии давление меняться не будет, при этом пары будут конденсироваться.

($p \cdot V = \nu RT$, при $p = const$, $T = const$ при уменьшении V будет уменьшаться ν, т.е. количество пара).

Если пар не конденсируется $pV = const$.

Рассмотрим нашу задачу, изначальные давление и объём p_0 и V_0 соответственно.

Объём уменьшился в 7 раз и стал $\frac{V_0}{7}$.

Давление же увеличилось в 3,6 раз и стало $3,6 \cdot p_0$.

Заметим, что:

$p_0 V_0 \neq p_0 V_0 \cdot \frac{3,6}{7}$ => пар начал конденсироваться =>

=> конечное давление пара равно давлению насыщенного пара, т.е.

$3,6 \cdot p_0 = 0,5 \cdot 10^5$ Па

$p_0 = \frac{0,5}{3,6} \cdot 10^5$ Па $= 1,39 \cdot 10^4$ Па

Чистовик

№ 3 (продолжение)

По условию конечный объём 1,7 л:

$$\frac{V_0}{7} = 1{,}7 л \Rightarrow V_0 = 1{,}7 \cdot 7 \cdot 10^{-3} м^3$$

$$p_0 V_0 = \nu_0 RT$$

$$T = (273+81)K = 354K$$

ν_0 - начально кол-во ~~газа~~ пара.

m_0 – начальная масса пара

$$m_0 = \mu \nu_0$$

$$\nu_0 = \frac{p_0 V_0}{RT} = \frac{\frac{5}{36} \cdot 10^5 \cdot 1{,}7 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 354} моль =$$

$$= 0{,}056 моль$$

$$m_0 = \mu \frac{p_0 V_0}{RT} = 1{,}0 г$$

Ответ: $p_0 = 1{,}39 \cdot 10^4$ Па

$m_0 = 1{,}0 г$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 10 класс (2 часть)**

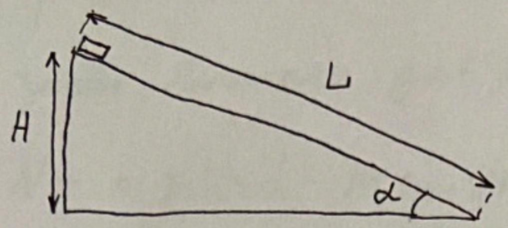
Шифр: **21204248**

ID профиля: **173598**

Вариант 2

Чистовик

№ 4



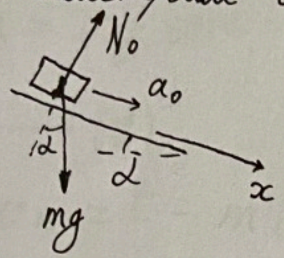
$H = L \sin\alpha$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} =$

$= \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$L = \frac{H}{\sin\alpha}$

1) Рассмотрим силы на брусок



II закон Ньютона на о.x:

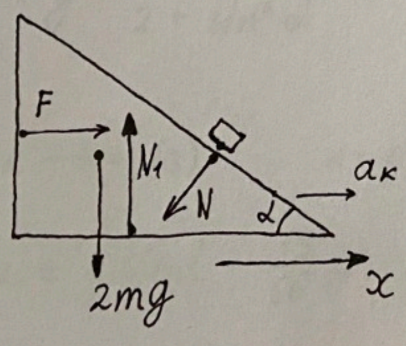
$$m a_0 = m g \sin\alpha$$

$$a_0 = g \sin\alpha$$

Искомое в этом пункте время t_1.

$$\frac{a_0 t_1^2}{2} = L \implies t_1 = \sqrt{\frac{2L}{a_0}} = \sqrt{\frac{2H}{g\sin^2\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{5}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

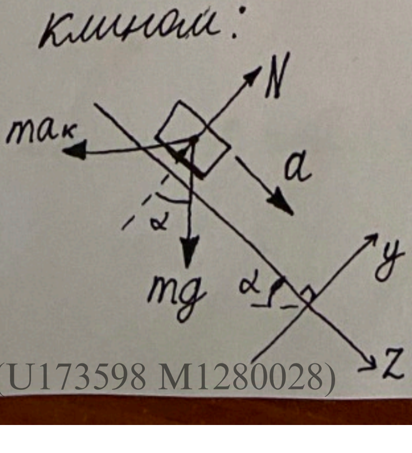
2) Рассмотрим силы на клин



II закон Ньютона на о.x:

$$2m a_к = F - N\sin\alpha \quad (1)$$

Рассмотри силы на брусок в СО, движущейся с клином:



В этой СО брусок движется только вдоль клина

Чистовик

№4 (продолжение)

II закон Ньютона для бруска на о. y:

$$N - mg\cos\alpha - ma_к \cdot \sin\alpha = 0$$

$$N = m(g\cos\alpha + a_к \sin\alpha) \quad (2)$$

II закон Ньютона для бруска на о. z:

$$ma = mg\sin\alpha - ma_к\cos\alpha \quad (3)$$

$(2) \longrightarrow (1)$:

$$2ma_к = F - m(g\cos\alpha + a_к\sin\alpha)\cdot\sin\alpha$$

По условию $F = mg$.

$$2a_к = g - (g\cos\alpha + a_к\sin\alpha)\cdot\sin\alpha$$

$$a_к(2 + \sin^2\alpha) = g(1 - \cos\alpha\cdot\sin\alpha)$$

$$a_к = g\,\frac{1-\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2+\sin^2\alpha} = g\cdot\frac{1-\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}{2+\left(\frac{4}{5}\right)^2} = g\cdot\frac{25-12}{50+16} = g\cdot\frac{13}{66}$$

3) $a_к \longrightarrow (3)$: $\quad a = g\sin\alpha - a_к\cos\alpha$

$$a = g\sin\alpha - \frac{13}{66}g\cdot\cos\alpha = g\cdot\frac{4}{5} - \frac{13}{66}\cdot g\cdot\frac{3}{5} =$$

$$= \frac{g}{5\cdot 66}(4\cdot 66 - 39) = \frac{g}{5\cdot 66}\cdot(264-39) = \frac{g\cdot 225}{5\cdot 66} = \frac{45}{66}g =$$

$$= \frac{15}{22}g$$

Искомое в этом пункте время t.

№4 (продолжение)

$$\frac{at^2}{2} = L \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2H}{a \cdot \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2H}{\frac{15}{22}g \cdot \frac{4}{5}}} = \sqrt{\frac{11H}{3g}}$$

Ответ: $t_1 = \frac{5}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

$a_к = \frac{13}{66}g$

$t = \sqrt{\frac{11H}{3g}}$

Чистовик

№ 5

Давление и объём газа были p и V соответственно. Давление уменьшилось на 1% и стало $(1-0,01)p$, а объём увеличился на 2% и стал $(1+0,02)V$.

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT$

Пусть температура газа увеличилась на α%, тогда ~~то~~ она изменилась от T до $\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)T$

$$\begin{cases} pV = \nu RT & (1) \\ (1-0,01)p\cdot(1+0,02)V = \nu R\left(1+\frac{\alpha}{100}\right)T & (2) \end{cases}$$

$(2) \div (1)$:

$$\frac{(1-0,01)p\cdot(1+0,02)V}{pV} = 1+\frac{\alpha}{100}$$

$$0,99\cdot 1,02 = 1+\frac{\alpha}{100}$$

$$\alpha = (1,02\cdot 0,99-1)\cdot 100 = 1,0$$

Температура увеличилась на 1%

Чистовик

№ 5 (продолжение)

$$Q = A + \Delta U$$

У нас одноатомный газ $\Rightarrow U = \frac{3}{2}\nu R T = \frac{3}{2} pV$

Все изменения малые $\Rightarrow \Delta(pV) = p\Delta V + V\Delta p$; $A = p\Delta V$

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{A+\Delta U}{\Delta U} = 1 + \frac{A}{\Delta U} = 1 + \frac{p\Delta V}{\frac{3}{2}(p\Delta V + V\Delta p)} =$$

$$= 1 + \frac{\frac{p\Delta V}{pV}}{\frac{3}{2}\left(\frac{p\Delta V}{pV} + \frac{V\Delta p}{pV}\right)} = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{\Delta V}{V}}{\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta p}{p}}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 0{,}02 \; ; \quad \frac{\Delta p}{p} = -0{,}01$$

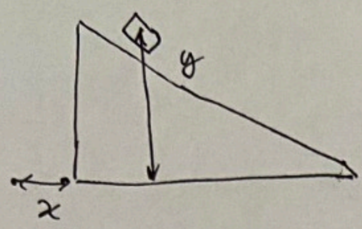
$$\frac{Q}{\Delta U} = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{0{,}02}{0{,}02 - 0{,}01} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

Ответ: температура увеличилась на 1%

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{7}{3}.$$

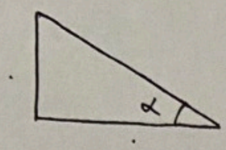
Черновик

$$U(x,y) = -mgy + Fx$$



$$K = m(\dot{x})^2 + \frac{m}{2}\left((\dot{y})^2 + (\dot{x} + \dot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha)^2\right)$$

$$L = K - U$$



$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 2m\dot{x} + m(\dot{x} + \dot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$F = 2m\ddot{x} + m(\ddot{x} + \ddot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y} + m(\dot{x} + \dot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha)\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$

$$-mg = m\ddot{y} + m(\ddot{x} + \ddot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha)\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$

$$2\ddot{x} + \ddot{x} + \ddot{y}\,\mathrm{ctg}\,\alpha = g$$

$$\ddot{x}\,\mathrm{ctg}\,\alpha + \ddot{y}(1 + \mathrm{ctg}^2\alpha) = -g$$

$$\ddot{y} = -\frac{g}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha} - \frac{\ddot{x}\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$$

$$\left(3 - \frac{\mathrm{ctg}^2\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}\right)\ddot{x} = g\left(1 + \frac{\mathrm{ctg}\,\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}\right)$$

$$\left(3 - \frac{3^2}{16+3^2}\right)\ddot{x} = g\left(1 + \frac{12}{16+9}\right)$$

$$\left(3 - \frac{9}{25}\right)\ddot{x} = g\left(1 + \frac{12}{25}\right)$$

$$(75-9)\ddot{x} = g(25+12)$$

$$\ddot{x} = \frac{37}{64}g\,???$$

21204248 (U173598 M1280028)