

Часть 1

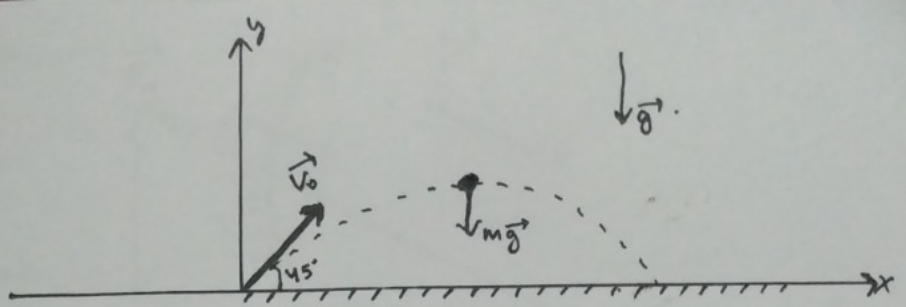
Олимпиада: **Физика, 10 класс (1 часть)**

Шифр: **21205769**

ID профиля: **364257**

Вариант 4

Упражнение Задача 1



1) Направим ось x и y так, как показано на рисунке.

$$V_{0y} = V_0 \sin 45^\circ$$

В верхней точке $V_{0y} = 0$. Пусть время полета камня до верхней точки - $t_{\text{ног}}$.

Тогда $V_0 \sin 45^\circ - g t_{\text{ног}} = 0$; ~~тогда~~ $t_{\text{ног}} = \frac{V_0 \sin 45^\circ}{g}$.

$$y(t) = V_0 \sin 45^\circ \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y(t_{\text{ног}}) = H$$

$$V_0 \sin 45^\circ t_{\text{ног}} - \frac{g t_{\text{ног}}^2}{2} = H$$

$$V_0 \sin 45^\circ \cdot \frac{V_0 \sin 45^\circ}{g} - \frac{g \cdot V_0^2 \sin^2 45^\circ}{2g^2} = H$$

$$\frac{V_0^2 \sin^2 45^\circ}{g} - \frac{V_0^2 \sin^2 45^\circ}{2g} = H$$

$$\frac{V_0^2 \sin^2 45^\circ}{2g} = H; \quad V_0^2 = \cancel{\frac{2gH}{\sin^2 45^\circ}} \frac{2gH}{\sin^2 45^\circ} = 400; \quad \underline{V_0 = 20 \text{ м/с}}$$

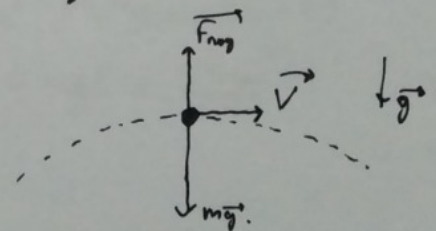
2) Найдем радиус кривизны траектории камня в верхней точке:

$$m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{н.с.}} \quad (\text{второй закон Ньютона})$$

В проекции на ось y получим $a_{\text{н.с.}} = g$.

В верхней точке камень обладает только горизонтальной составляющей скорости. Его скорость была равна $V_{0x} = V_0 \cos 45^\circ$.

$$\text{Тогда } \frac{V_{0x}^2}{R_{\text{кр}}} = g; \quad R_{\text{кр}} = \frac{V_{0x}^2}{g} = \frac{V_0^2 \cos^2 45^\circ}{g} = 20 \text{ м.}$$



Самолет летит по такой же траектории по условию, поэтому в верхней точке радиус кривизны его траектории был равен $R_{\text{кр}} = 20 \text{ м}$.

В верхней точке на модель самолета действует ^{подъемная} сила $F_{\text{ног}}$ и сила тяжести $m\vec{g}$. Действие ^{горизонтальных} сил скомпенсировано, т.к. самолет должен иметь поперечную скорость \vec{v} .

Получаем: $\vec{R} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ног}}$; В проекции на ось y : $F_{\text{ног}} - mg = -R$; ($R = \frac{1}{2}mg$ по условию).
 $F_{\text{ног}} = mg - R = mg - \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}mg$; $F_{\text{ног}} = \frac{1}{2}mg$

По второму закону Ньютона получаем:
 $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ног}} = m\vec{a}_{\text{н.с.}}$; $mg - F_{\text{ног}} = m \cdot \frac{v^2}{R_{\text{кр}}}$;

$$\frac{1}{2}mg = m \frac{v^2}{R_{\text{кр}}}. \quad \text{Тогда } v = \sqrt{\frac{g R_{\text{кр}}}{2}} = 10 \text{ м/с.}$$

21205769 (U364257 M1279569)
 Ответ: $V_0 = 20 \text{ м/с}$; $v = 10 \text{ м/с}$

Задача 2

Чистовик

Рассмотрим движение коробки по плоскости (m - масса коробки)

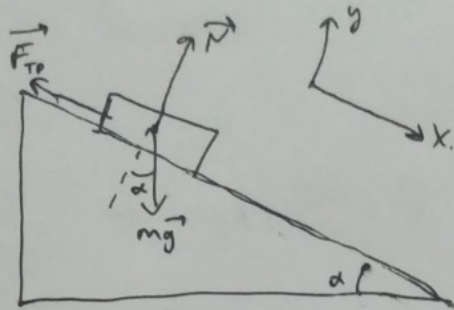
По второму закону Ньютона для коробки в проекции на ось y:

$$N - mg \cos \alpha = 0;$$

$$N = mg \cos \alpha.$$

Тогда

$$F_{\text{ТР}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$



Обозначим момент начала движения коробки за ①, пусть вначале коробка была на высоте H.

Обозначим момент прохождения коробки

высоты h за ②, момент, когда коробка остановилась - за ③.

От момента ① до момента ③ коробка прошла по наклонной плоскости

расстояние $L = \frac{H}{\sin \alpha}$ и от момента ② до ③ - расстояние $l = \frac{h}{\sin \alpha}$.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{376}{625}} = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25}.$$

Отсюда, что максимальную скорость коробка будет иметь в момент ②, т.к. из условия следует, что до этого ускорение коробки было положительным, а после этого коробка замедлялась.

В момент ① коробка обладала только потенциальной энергией mgH , в момент ③ - потенциальной энергией mgh и кинетической энергией $\frac{mV_{\text{max}}^2}{2}$. При этом сила трения совершила работу, равную $A_{F_{\text{ТР}1-2}} = -\mu_2 mg \cos \alpha (L - l)$.

По ЗЭ получаем: $mgH - \mu_2 mg \cos \alpha \cdot \left(\frac{H}{\sin \alpha} - \frac{h}{\sin \alpha}\right) = mgh + \frac{mV_{\text{max}}^2}{2}$.

$$mg(H - h) - \mu_2 mg \operatorname{ctg} \alpha (H - h) = \frac{mV_{\text{max}}^2}{2} \quad | : m.$$

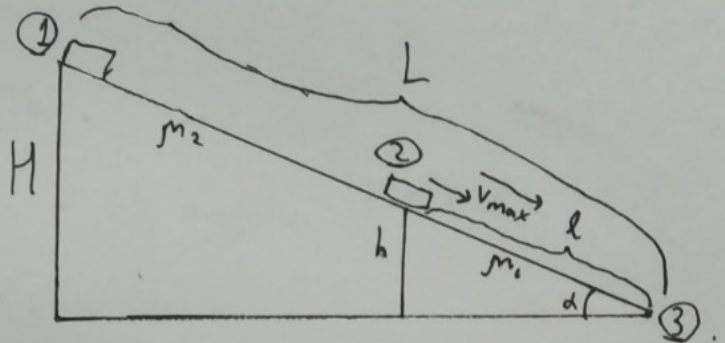
$$\boxed{V_{\text{max}}^2 = 2g(H - h)(1 - \mu_2 \operatorname{ctg} \alpha)} \quad (1).$$

От момента ① до момента ③ сила трения совершила работу, равную

$$A_{F_{\text{ТР}1-3}} = -\mu_2 mg \cos \alpha (L - l) - \mu_1 mg \cos \alpha l.$$

По ЗЭ от момента ① до момента ③ получим:

$$mgH - \mu_2 mg \cos \alpha \left(\frac{H}{\sin \alpha} - \frac{h}{\sin \alpha}\right) - \mu_1 mg \cos \alpha \frac{h}{\sin \alpha} = 0 \quad | : mg.$$



$$H - m_2 \operatorname{ctg} \alpha (H-h) - m_1 \operatorname{ctg} \alpha h = 0. \quad \text{Умножим}$$

$$H (1 - m_2 \operatorname{ctg} \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha h (m_1 - m_2).$$

$$\boxed{H = h \frac{\operatorname{ctg} \alpha (m_1 - m_2)}{1 - m_2 \operatorname{ctg} \alpha}} \quad (2), \quad \text{где } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{24}{7}.$$

Подставим в (1), найдем:

$$\begin{aligned} v_{\max}^2 &= 2gh \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha (m_1 - m_2)}{1 - m_2 \operatorname{ctg} \alpha} - 1 \right) (1 - m_2 \operatorname{ctg} \alpha) = 2gh (\operatorname{ctg} \alpha (m_1 - m_2) - 1 + m_2 \operatorname{ctg} \alpha) = \\ &= 2gh (m_1 \operatorname{ctg} \alpha - 1) \end{aligned}$$

$$v_{\max} = \sqrt{2gh (m_1 \operatorname{ctg} \alpha - 1)} \approx \underline{\underline{4,47 \text{ м/с}}}.$$

Подставим данные в заданное выражение в (2), найдем $H \approx 2,66 \text{ м}$.

$$\text{Тогда } L = \frac{H}{\sin \alpha} = \underline{\underline{9,5 \text{ м}}}.$$

Ответ: $v_{\max} = 4,47 \text{ м/с}$; $L = 9,5 \text{ м}$.

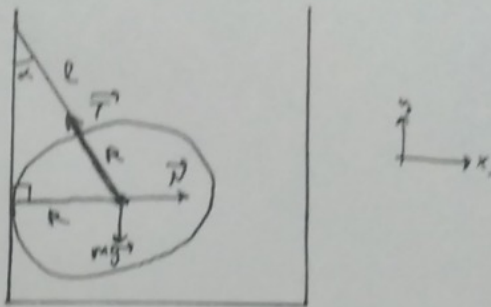
Задача 3

Числовой.

1) Пусть α - угол, который образует нить с вертикальной стеной.

Из прямоугольного треугольника, образованного нитью, вертикальной стеной и радиусом шара, проведенным в точку касания (см. рисунок), получим:

$$\sin \alpha = \frac{R}{R+l} = \frac{0,08}{0,16} = \frac{1}{2}. \text{ Тогда } \alpha = 30^\circ.$$



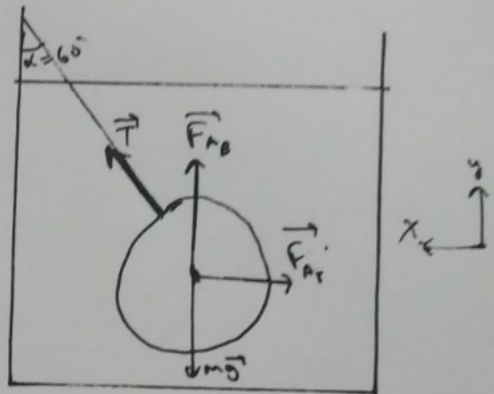
На шар действуют 3 силы (по появлению воды в сосуде): сила натяжения нити \vec{T} , сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} (направлена вверх). По второму закону Ньютона: $m\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} = 0$

В проекции на ось y получим: $T \cos \alpha - mg = 0$.

Тогда $T = \frac{mg}{\cos \alpha} \approx 60 \text{ Н}$.

2) Рассмотрим случай, когда в сосуде налит вода. В этом случае на шар действует

4 силы: сила натяжения нити \vec{T} , сила тяжести $m\vec{g}$, вертикальная составляющая силы Архимеда \vec{F}_{AB} и её горизонтальная составляющая \vec{F}_{AT} , вызванная вращением сосуда.



$F_{AB} = \rho_B V g$; V - объём шара; $V = \frac{4}{3} \pi R^3$; $\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ - плотность воды

По второму закону Ньютона на вертикальную ось:

$$F_{AB} + T \cos \alpha - mg = 0; \quad T = \frac{mg - \rho_B V g}{\cos \alpha} \approx \frac{52 - 21,4}{1/2} \approx 61,2 \text{ Н}$$

Посчитаем горизонтальную силу Архимеда. Заметим, шар на воду объёмом $\frac{4}{3} \pi R^3$.

Эта вода давлена шаром действием силы \vec{F}_{AT} вращается с угловой скоростью ω .

$F_{AT} = m_0 a_{ц.с.}$; $F_{AT} = \rho_B V \cdot \omega^2 R_{ш.}$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 10 класс (2 часть)**

Шифр: **21205769**

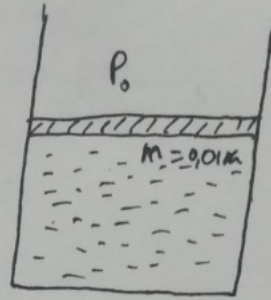
ID профиля: **364257**

Вариант 4

Задача 4

Чистовик

Вода начнет испаряться при температуре $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$
До этого вода не будет испаряться, т.к. при $t < 100^\circ\text{C}$
давление насыщенного пара воды $p_{\text{нп}} < p_0$.



Итак, вода начнет испаряться при температуре $t_{\text{кип}} = 100^\circ\text{C}$.
 $Q_1 = c m (t_{\text{кип}} - t_0) = 4180 \cdot 0,01 \cdot (100 - 20) = \underline{\underline{3344 \text{ Дж}}}$.

Далее теплота пойдет на парообразование воды. Обозначим количество этой теплоты за $Q_{\text{пар}}$.
 $Q_{\text{пар}} = \gamma m = 2,26 \cdot 10^6 \cdot 0,01 = 22600 \text{ Дж}$.

Оставшаяся теплота $\Delta Q = Q - Q_1 - Q_{\text{пар}} = 7056 \text{ Дж}$ пойдет на нагрев водяного пара от температуры $t_{\text{кип}}$ до конечной температуры t_k .

Имеем: $\Delta Q = c_p m (t_k - t_{\text{кип}})$; $t_k = \frac{\Delta Q}{c_p m} + t_{\text{кип}} \approx 421^\circ\text{C}$.

$$T_k = t_k + 273 = 694 \text{ K}.$$

По уравнению Менделеева-Клапейрона (давление пара равно внешнему p_0 , т.к. поршень невесомый):

$$p_0 V = \frac{m}{\mu(\text{H}_2\text{O})} R T_k;$$

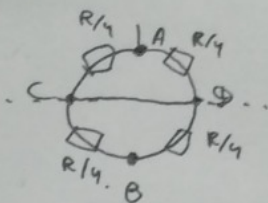
$$V = \frac{m R T_k}{\mu(\text{H}_2\text{O}) \cdot p_0} = \frac{0,01 \cdot 8,31 \cdot 694}{0,018 \cdot 10^5} \approx \underline{\underline{0,03204 \text{ м}^3}} (\approx 32 \text{ л}).$$

Ответ: $Q = 3344 \text{ Дж}$; $V = 0,032 \text{ м}^3$.

Задача 5

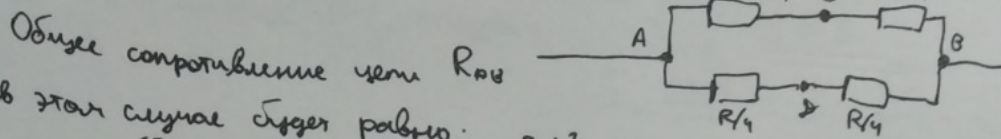
Чистовик

1) В случае, когда переменная СФ составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с диаметром АВ, схема полностью симметрична относительно прямой СФ.



Поэтому в этом случае ток по перемычке не пойдет.

Тогда цепь будет эквивалентна следующей:



Общее сопротивление цепи R_{AB}

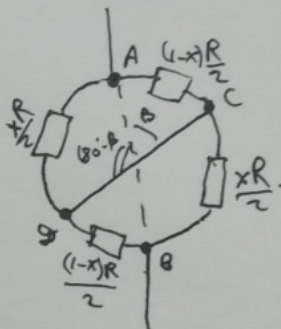
в этом случае будет равно:

$$R_{AB} = \frac{(R/4 + R/4)(R/4 + R/4)}{(R/4 + R/4) + (R/4 + R/4)} = \frac{4(\frac{R}{4})^2}{4R/4} = \frac{R}{4} = 18 \text{ Ом.}$$

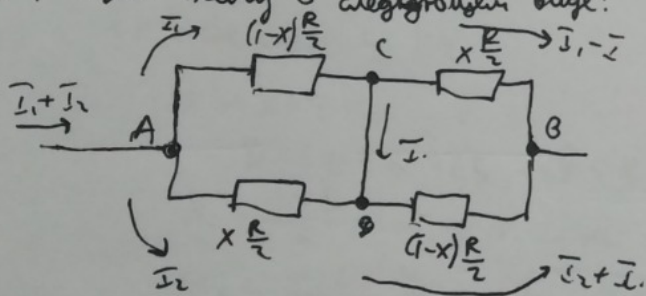
$$\text{Тогда } P = \frac{U^2}{R_{AB}} = \underline{\underline{32 \text{ Вт}}}$$

2) Пусть дуга BC составляет x -ую часть дуги AB ($x < 1$); тогда дуга AC - $(1-x)$ ую часть. Сопротивление дуги AB равно $\frac{R}{2}$.

$$\text{Тогда } R_{AC} = (1-x)\frac{R}{2}; R_{BC} = x\frac{R}{2}; R_{AD} = \frac{xR}{2}; R_{BD} = (1-x)\frac{R}{2}$$



Перепишем схему в следующем виде:



Пусть на участке AC течет ток I_1 , на участке AD - ток I_2 . В узле C входит ток I_1 , а выходит ток I и ток на участок BC.

Тогда на участке BC ток равен $I_{BC} = I_1 - I$.

В узле D входят токи I_2 и I . Тогда на участок BD выходит ток $I_2 + I$.

По условию $R_{CD} = 0$. Тогда $\varphi_C = \varphi_D$ (здесь и далее φ_x означает потенциал в точке x).

$$\text{Тогда } \varphi_A - \varphi_C = \varphi_A - \varphi_D. \text{ Имеем: } I_1(1-x)\frac{R}{2} = I_2x\frac{R}{2}; \quad I_1 = \frac{x}{1-x} I_2. (*)$$

$$I_1 - I_1x = I_2x;$$

$$I_1 = (I_1 + I_2)x \quad (1).$$

Умножим.

Поскольку $\varphi_c = \varphi_B$, то $\varphi_c - \varphi_B = \varphi_B - \varphi_B$.

$$(\bar{I}_1 - \bar{I}) \times \frac{R}{2} = (1-x) \frac{R}{2} \cdot (\bar{I}_2 + \bar{I}).$$

$$\bar{I}_1 x - \bar{I} x = \bar{I}_2 + \bar{I} - \bar{I}_2 x - x \bar{I}.$$

$$x(\bar{I}_1 + \bar{I}_2) = \bar{I}_2 + \bar{I} \quad (2).$$

Объединяем (1) и (2), получим $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}$.

Умножаем (*), получим $\bar{I}_2 \left(\frac{x}{1-x} - 1 \right) = \bar{I}$.

$$\bar{I}_2 \frac{2x-1}{1-x} = \bar{I}; \quad \boxed{\bar{I}_2 = \frac{1-x}{2x-1} \bar{I}}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = U = \bar{I}_2 x \frac{R}{2} + (1-x) \frac{R}{2} (\bar{I}_2 + \bar{I}). \quad | \cdot \frac{2}{R}$$

$$\bar{I}_2 x + \bar{I}_2 + \bar{I} - \bar{I}_2 x - \bar{I} x = \frac{2U}{R}.$$

$$\bar{I}_2 + \bar{I} - \bar{I} x = \frac{2U}{R};$$

$$\frac{1-x}{2x-1} \bar{I} + \bar{I} - \bar{I} x = \frac{2U}{R} \quad | \cdot \frac{2x-1}{\bar{I}}$$

$$1-x + 2x-1 - 2x^2 + x = \frac{2U}{R \bar{I}} (2x-1) = \frac{4}{3} (2x-1) \quad | \cdot 3$$

$$-2x^2 + 2x = \frac{4}{3} (2x-1) \quad | \cdot 3$$

$$-6x^2 + 6x = 8x - 4 \quad | :2$$

$$3x^2 + x - 2 = 0.$$

$$D = 1 + 4 \cdot 6 = 25; \quad \sqrt{D} = 5.$$

$$x_1 = \frac{-1-5}{6} = -1 < 0 \quad - \text{не уя. знач.}$$

$$x_2 = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6}; \quad \boxed{x = \frac{4}{6}}$$

Из рисунка видно, что $\frac{\beta}{180-\beta} = \frac{1-x}{x} = \frac{2/6}{4/6} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Тогда } 2\beta = 180 - \beta; \quad \beta = \frac{180}{3} = 60'; \quad \underline{\underline{\beta = 60'}}.$$

$$3) \bar{I}_2 = \frac{1-x}{2x-1} \cdot \bar{I} = \frac{2/6}{2/6} \bar{I} = \bar{I} = 0,5 \text{ A};$$

$$\bar{I}_1 \stackrel{(*)}{=} \frac{x}{1-x} \bar{I}_2 = \frac{4/6}{2/6} \bar{I}_2 = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ A}.$$

Тогда общий ток в цепи равен $\bar{I}_{\text{общ}} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 1,5 \text{ A}$.

$$P_2 = U \cdot \bar{I}_{\text{общ}} = 24 \cdot 1,5 = \underline{\underline{36 \text{ Вт}}}.$$

Ответ: 1) $P = 32 \text{ Вт}$; 2) $\beta = 60'$; 3) $P_2 = 36 \text{ Вт}$.