Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21204396**

ID профиля: **816218**

Вариант 1

Чистовик №1 Вар. 09-01 [redacted] 9 класс

лист 1 из 4

Допустим, начальная скорость мячей равна V. Тогда до верхней точки 1-й мяч летел $\frac{V}{g}$ "времени", при этом его $V_{ср}$ на этом участке равна $\frac{V}{2}$ => высота, на которую он поднялся $H=\frac{V}{g}\cdot\frac{V}{2}=\frac{V^2}{2g}$

Теперь рассмотрим промежуток времени от броска 2-го мяча до столкновения.

Зависимость высоты положения от времени для 1-го мяча: $h_1(t)=H-\frac{gt}{2}\cdot t=H-\frac{gt^2}{2}$, а для 2-го: $h_2(t)=\frac{V+(V-gt)}{2}\cdot t=\frac{2V-gt}{2}\cdot t=Vt-\frac{gt^2}{2}$. Значит столкнутся они когда $h_1(t)=h_2(t) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow H-\frac{gt^2}{2}=Vt-\frac{gt^2}{2} \Leftrightarrow Vt=H \Leftrightarrow t=\frac{H}{V}=\frac{V}{2g}$. Но мячи сталкиваются в момент времени τ, значит $\tau=\frac{V}{2g} \Leftrightarrow V=2g\tau$. Получается:

1) $H=\frac{V^2}{2g}=\frac{(2g\tau)^2}{2g}=\frac{4g^2}{2g}\cdot\tau^2=2g\cdot\tau^2$

2) $H_{столкн.}=h_2(\tau)=2g\tau^2-\frac{g\tau^2}{2}=1{,}5\cdot g\tau^2$

3) Путь 1-го мяча $L_1=H+(H-H_{ст})=4g\tau^2-1{,}5g\tau^2=2{,}5g\tau^2$, а 2-го $L_2=H_{ст}=1{,}5g\tau^2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2}=\frac{2{,}5}{1{,}5}=\frac{5}{3}$

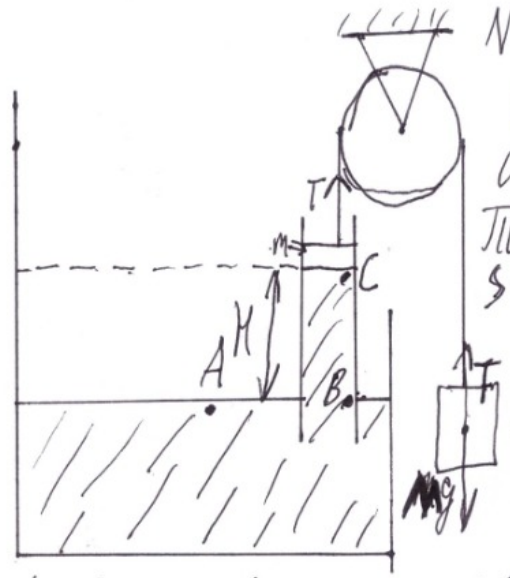
Ответ: 1) $H=2g\tau^2$

2) $H_{ст}=1{,}5g\tau^2$

3) $\frac{L_1}{L_2}=\frac{5}{3}$

Чистовик Вар. 09-01 [redacted] 9 класс
Лист 2 из 4

№2



Обозначим массу груза за M, силу натяжения нити за T.
Т.к. груз не движется, то $T = Mg$
$S = 8\ см^2$, $m = 50\ г$

Сила давления в точке A $P_A = P_0$. Но $P_B = P_A = P_0$ (т.к. A и B – точки на одной высоте в сообщающихся сосудах). 1) При этом $P_C + \rho g H = P_B \Leftrightarrow P_C = P_B - \rho g H = P_0 - \rho g H = 100\,000\ Па - 1000\ кг/м^3 \cdot 10\ Н/кг \cdot 0{,}1\ м - 100\,000\ Па - 1000\ Па = 99\ кПа$

2) Сверху на поршень давит воздух с силой $P_0 S$, а снизу вода с силой $P_C \cdot S = P_0 S - \rho g H S$. Также на него действует сила T вверх и mg вниз. Но поршень в равновесии $\Rightarrow T + P_0 S - \rho g H S = P_0 S + mg \Leftrightarrow T = mg + \rho g H S \Leftrightarrow$
$\Rightarrow Mg = mg + \rho g H S \Leftrightarrow M = m + \rho H S = 50\ г + 1\ г/см^3 \cdot 10\ см \cdot 8\ см^2 = 130\ г$

3) Заметим, что поставить на поршень гирю массой $\Delta m = 120\ г$, это всё равно что просто утяжелить поршень на Δm. Тогда уравнение равновесия поршня:
$T + P_0 S - \rho g H_1 S = P_0 S + (m + \Delta m) g \Leftrightarrow T = (m + \Delta m) g + \rho g H_1 S \Leftrightarrow$
$\Rightarrow (M - m - \Delta m) g = \rho g H_1 S \Leftrightarrow (m + \rho H S - m - \Delta m) = \rho H_1 S \Leftrightarrow$
$\Rightarrow H_1 = \frac{\rho H S - \Delta m}{\rho S} = H - \frac{\Delta m}{\rho S} = 10\ см - \frac{120\ г}{1\ г/см^3 \cdot 8\ см^2} = 10\ см - 15\ см = -5\ см$

H_1 оказалось < 0, значит поршень будет под поверхностью воды. Но расстояние D от поршня до поверхности воды положительно $\Rightarrow D = |H_1|$

Ответ: 1) $P_C = P_0 - \rho g H = 99\ кПа$
2) $M = m + \rho H S = 130\ г$
3) $D = |H_1| = \left|H - \frac{\Delta m}{\rho S}\right| = 5\ см$

Чистовик Вар. 09-01 [redacted] 9 класс
Лист 3 из 4

№3

1) Лампочки одинаковые ⟹ токи, идущие через них, одинаковые. Обозначим ток через каждую из лампочек за I_1. Тогда на каждой из них выделяется мощность $P_1 = I_1 \cdot V_0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow I_1 = \frac{P_1}{V_0} = \frac{20 Вт}{12 В} = \frac{5}{3} A$

2) Лампочки одинаковые ⟹ токи, идущие через них, и падения напряжений на них одинаковые. Обозначим ток через каждую из лампочек за I_2, а падение напряжения на каждой за V_2. Тогда $2V_2 = V_0 \Leftrightarrow V_2 = \frac{V_0}{2}$. При этом $P_2 = V_2 \cdot I_2 \Leftrightarrow I_2 = \frac{P_2}{V_2} = \frac{2P_2}{V_0} = \frac{2 \cdot 6{,}6 Вт}{12 В} = 1{,}1 A$

3) Лампочки одинаковые ⟹ токи, идущие через них, и падения напряжений на них одинаковые. Обозначим падение напряжения на каждой из лампочек за V_3. Получится что $2V_3 = 2V_0 \Leftrightarrow V_3 = V_0$. Значит на каждой выделяется такая же мощность, как если бы эта лампочка была подключена к источнику с напряжением V_0. Так стоп, а это же..... пункт ~~задачи~~ номер 1)! То есть мощность, выделяющаяся на каждой из лампочек равна $P_3 = P_1 = 20 Вт$

Ответ: 1) $I_1 = \frac{P_1}{V_0} = \frac{5}{3} A = 1{,}667 A$

2) $I_2 = \frac{2P_2}{V_0} = 1{,}1 A$

3) $P_3 = P_1 = 20 Вт$

21204396 (U816218 M1282890)

№3 (Примечание)

Докажем, что если падение напряжения на лампочке равно U, а ток, идущий через неё, равен I, то мощность P, выделяющаяся на лампочке, равна $P=I\cdot U$

Рассмотрим промежуток времени t. За это время через лампочку прошёл заряд $Q=It$. При этом что такое падение напряжения на лампочке? Это отношение работы, которую совершает эл. поле по перенесению заряда q с одного контакта лампочки на другой, к самому заряду q. ~~Значит~~ Допустим за всё время t эл. поле совершило работу A, тогда $U=\frac{A}{Q} \Leftrightarrow A=Q\cdot U=U\cdot I\cdot t$. Но куда делась эта энергия? Правильно, выделилась на лампочке! Значит мощность P, выделяющаяся на лампочке, равна $P=\frac{A}{t}=\frac{U\cdot I\cdot t}{t}=I\cdot U$ ч.т.д.

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

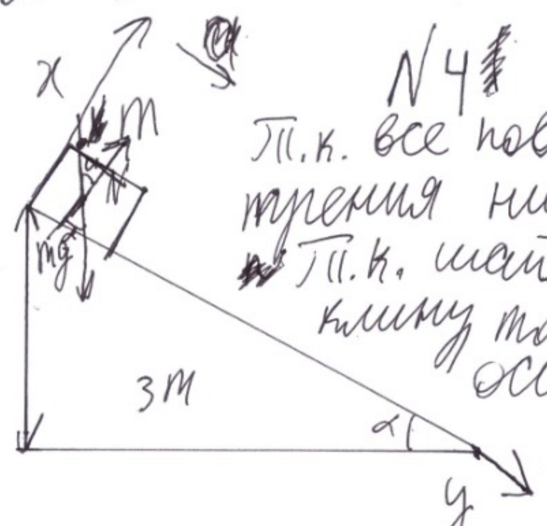
Шифр: **21204396**

ID профиля: **816218**

Вариант 1

Чистовик Вариант 09-01

№4



1) т.к. все поверхности гладкие, то трения нигде нет. ~~Рассмотрим~~ т.к. шайба скатывается по клину то её ускорение а параллельно оси y (см. рис.). Распишем II з-н Ньютона для шайбы в проекциях на оси x и y:

$$\begin{cases} N - mg\cdot\cos\alpha = 0 \\ ma = \sin\alpha\, mg \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ a = \sin\alpha\, g \end{cases}$$

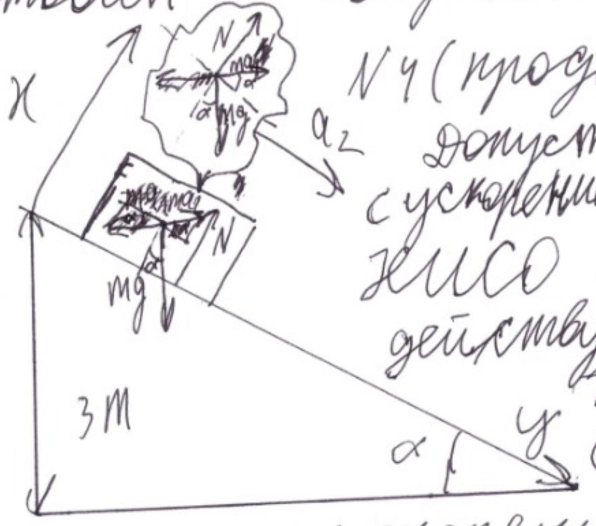
Длина L наклонной плоскости клина равна $L = \frac{H}{\sin\alpha}$. Если шайба съехала с клина за время t, то $L = \frac{at}{2}\cdot t = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha g\cdot t^2}{2} \Leftrightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\sin\alpha}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{5}{3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{H}{g}}$$

$$\left(\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{\frac{25-16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}\right)$$

21204396 (U816218 M1282891)

Чистовик Вариант 09-01 Лист 2 из 6

2) 

№4 (продолжение)

Допустим, клин едет влево с ускорением a_1. Перейдём в НИСО клина. В нём на все тела действует сила инерции. ~~Допустим, что шайба движ~~ В этой СО шайба движется параллельно оси y с ускорением a_2. Опять распишем проекции II з-на Ньютона:

$$\begin{cases} N + ma_1\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0 \\ ma_2 = mg\sin\alpha + ma_1\cos\alpha \end{cases}$$

Вернёмся в лаб. ИСО. Рассмотрим проекцию II з-на Ньютона ~~на горизонта~~ для клина на горизонтальную ось:

$3ma_1 = N\sin\alpha$. Осталось решить сис-му уравнений:

$$\begin{cases} 3ma_1 = N\sin\alpha \\ N + ma_1\sin\alpha = mg\cos\alpha \\ m\cdot a_2 = mg\sin\alpha + ma_1\cos\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} N = \dfrac{3ma_1}{\sin\alpha} \\ a_2 = g\sin\alpha + a_1\cos\alpha \\ \cancel{3mg + 3ma_1\cdot ctg\alpha = mg\cos\alpha} \end{cases}$$

Значит

$\cancel{\Rightarrow 3g + 3a_1 ctg\alpha = g\cos\alpha \Leftrightarrow a_1 =}$

$$\Rightarrow \frac{3ma_1}{\sin\alpha} + ma_1\sin\alpha = mg\cos\alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1\left(\frac{3+\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\right) = g\cos\alpha \Leftrightarrow a_1 = \frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha}g = \frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}{3+\frac{9}{25}}g = \frac{12}{75+9}g = \frac{12}{84}g = \frac{g}{7}$$

3) $a_2 = g\sin\alpha + a_1\cos\alpha = g\sin\alpha + \dfrac{\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha}{3+\sin^2\alpha}g =$

$= g\sin\alpha\cdot\left(\dfrac{3+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{3+\sin^2\alpha}\right) = \dfrac{4\sin\alpha}{3+\sin^2\alpha}g = \cancel{\dfrac{\frac{4\cdot 3}{5}}{3+\frac{9}{25}}g = \dfrac{\frac{4}{5}}{1+\frac{3}{25}}g} =$

$L = \dfrac{H}{\sin\alpha}$; $L = \dfrac{a_2t^2}{2} \Leftrightarrow \dfrac{H}{\sin\alpha} = \dfrac{a_2}{2}\cdot t^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t = \sqrt{\dfrac{2H}{\sin\alpha\cdot a_2}} = \sqrt{\dfrac{2H}{\frac{4\sin^2\alpha}{3+\sin^2\alpha}g}} = \sqrt{\dfrac{H}{g}\cdot\dfrac{3+\sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{H}{g}\cdot\dfrac{3+\frac{9}{25}}{\frac{18}{25}}} = \sqrt{\dfrac{H}{g}\cdot\dfrac{84}{18}} =$

$= \sqrt{\dfrac{H}{g}\cdot\dfrac{14}{3}}$

21204396 (U816218 M1282891)

Чистовик Вариант 09-01 лист 3 из 6

№4 (Ответ)

Ответ: 1) $t=\frac{1}{\sin\alpha}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}=\frac{5}{3}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}$

2) $a_1=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{3+\sin^2\alpha}g=\frac{g}{7}$

3) $t=\sqrt{\frac{H}{g}\cdot\frac{3+\sin^2\alpha}{2\cdot\sin^2\alpha}}=\sqrt{\frac{H}{g}\cdot\frac{14}{3}}$

21204396 (U816218 M1282891)

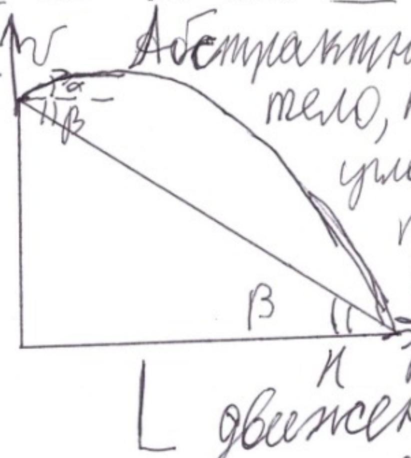
Чистовик Вариант 09-01 лист 4 из 6

№5

1) Рассмотрим промежуток времени t. "Длинна" воды, вылетевшей за это время равна Vt, а её объём — $Vt \cdot S = VS \cdot t$

Но объём цилиндра, который мы хотим заполнить, равен $H \cdot \pi H^2 = \pi \cdot H^3$. Значит, если цилиндр заполняется за время τ, то

$$V \cdot S \cdot t = \pi H^3 \Leftrightarrow t = \frac{\pi H^3}{V \cdot S}$$



Абстрактное рассуждение. У нас есть тело, которое бросают с высоты h под углом α к горизонту, и которое пролетает расстояние L ~~тогда~~ за время t. Начальная скорость тела равна V. Рассмотрим проекцию движения тела на вертикальную ось, получим:

$h = -\frac{v_y + v_y - gt}{2} \cdot t = \frac{gt^2}{2} - V_y t = \frac{gt^2}{2} - V\sin\alpha\, t$, а проекция на горизонтальную ось даст $L = V_x t = V \cdot \cos\alpha\, t$. Получается:

$$t = \frac{L}{V\cos\alpha} \Rightarrow h = \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{V^2 \cos^2\alpha} - V\sin\alpha \cdot \frac{L}{V \cdot \cos\alpha} =$$

$$= \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{V^2} \cdot (tg^2\alpha + 1) - L\, tg\,\alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot V^2} \cdot tg^2\alpha - L \cdot tg\,\alpha + \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{V^2} - h = 0$$

Заметим, что струя воды ведёт себя просто как куча маленьких тел-капелек, поэтому для неё так же справедливо наше рассуждение.

Чистовик   Вариант 09-01   лист 5 из 6

№5 (продолжение)

2) Воспользуемся абстрактным рассуждением. В нашем случае $L = H$; $V=\sqrt{\frac{1}{2}gH}$; $h = H$. Получаем:

$$\frac{g\cdot H^2}{gH}\cdot tg^2\alpha - H tg\alpha + \frac{g\cdot H^2}{\cancel{2} gH} - H = 0 \iff$$

$$\iff H tg^2\alpha - H tg\alpha + H - H = 0 \iff tg^2\alpha = tg\alpha \iff tg\alpha = \left[\begin{array}{l}0\\1\end{array}\right.$$

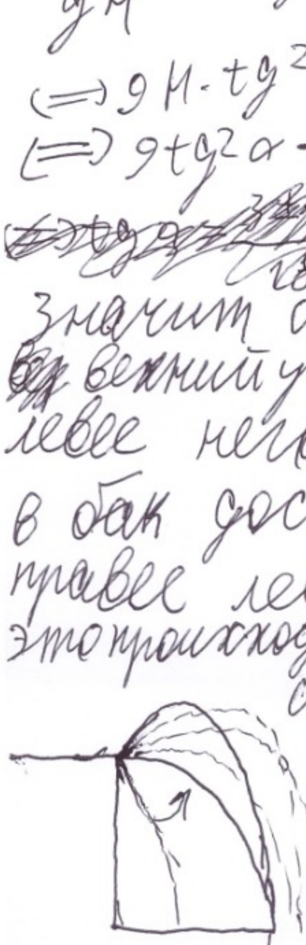
3) Найдём значения $tg\alpha$, когда струя попадает в правый верхний угол бака. ~~По ас~~ Пусть: $L = 3H$; $V=\sqrt{\frac{1}{2}gH}$; $h = H$. Выходит:

$$\frac{g\cdot 9H^2}{gH}\cdot tg^2\alpha - 3H tg\alpha + \frac{g 9H^2}{gH} - H = 0 \iff$$

$$\iff 9H\cdot tg^2\alpha - 3H\cdot tg\alpha + 8H = 0 \iff$$

$$\iff 9tg^2\alpha - 3tg\alpha + 8 = 0 \quad D = b^2 - 4ac = 9 - 4\cdot 8\cdot 9 < 0$$

это уравнение не имеет решений! Значит струя никогда не попадёт в правый верхний угол, т.е. она всегда будет падать левее него. Значит что бы струя попадала в бак достаточно что бы она падала правее левого верхнего угла бака. Но когда это происходит? Будем поворачивать нашу струю, постепенно увеличивая α, а с ним и $tg\alpha$. У нас будет 2 момента, когда струя попадает ровно в левый верхний угол бака, и во все ~~остальные~~ моменты между этими 2-мя струя будет бить правее угла бака. Значит чтобы струя попала в бак нужно что бы



$$0 < tg\alpha < 1 \iff 0^\circ < \alpha < 45^\circ$$

Чистовик Вариант 09-01 лист 6 из 6

№5 (ответ)

Ответ: 1) $t = \frac{\pi H 3}{V \cdot 5}$

2) $tg\,\alpha = \left[\begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array}\right.$

3) $0 < tg\,\alpha < 1 \Leftrightarrow 0^\circ < \alpha < 45^0$