Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21204770**

ID профиля: **170757**

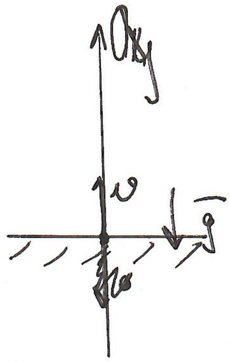
Вариант 1

Вариант 09-01 | Чистовик

№ 1

Дано:
$v_1 = v_2 = v$
τ

1) h_{max} – ?
2) $h_{ст.}$ – ?
3) $\frac{l_1}{l_2}$ – ?

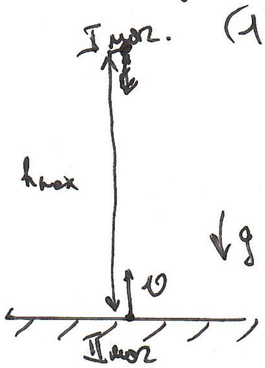


Мяч перестанет подниматься, когда его скорость снизится до 0:

$0 = v - g \cdot t_0$

$gt_0 = v \Rightarrow t_0 = \frac{v}{g}$ (1).

Тогда, $h_{max} = vt_0 - \frac{gt_0^2}{2}$ (2)



(1) в (2):

$$h_{max} = \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \quad (3).$$

Тогда, $h_{ст} = v\tau - \frac{g\tau^2}{2}$ (4)

За это время I мяч пройдёт:

$$h_{max} - h_{ст} = \frac{g\tau^2}{2} \quad (5)$$

(3) в ((4) в (5)):

$$\frac{v^2}{2g} - v\tau + \cancel{\frac{g\tau^2}{2}} = \cancel{\frac{g\tau^2}{2}}$$

$$\frac{v^{2}}{2g} = v\tau \to \tau = \frac{v}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = 2g\tau \quad (6).$$

(6) в (3): $h_{max} = \frac{4g^2\tau^2}{2g} = 2g\tau^2$ (7)

(6) в (4): $h_{ст} = 2g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{3}{2}g\tau^2$ (8)

Тогда, 1-й мяч пройдёт $l_1 = h_{max} + (h_{max} - h_{ст})$, (9)

а 2-ой пройдёт $l_2 = h_{ст}$ (10).

(7) и (8) в (9): $l_1 = 4g\tau^2 - \frac{3}{2}g\tau^2 = 2{,}5g\tau^2$ (11)

(7) и (8) в (10): $l_2 = \frac{3}{2}g\tau^2$ (12)

$\frac{(11)}{(12)}$: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\frac{5}{2}g\tau^2}{\frac{3}{2}g\tau^2} = \frac{5}{3}$

Ответ:
1) $h_{max} = 2g\tau^2$
2) $h_{ст} = \frac{3}{2}g\tau^2$
3) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{5}{3}$.

1

Вариант 09-01 [Черновик]

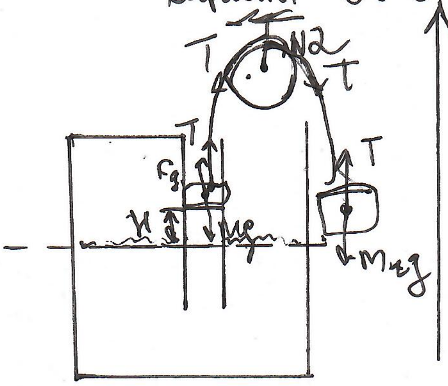
Дано:
$S = 8 \cdot 10^{-4}\ м^2$
$m = 0{,}05$ кг
$H = 0{,}1$ м

1) P_n - ?

2) m_2 - ?

3) $m_{гч} = 0{,}12$ кг
Δh - ?

$P_0 + \rho(H+h)g = \rho h g$



Обозначим за 0-й уровень уровень воды в сосуде.
Тогда, $P_n = \rho g H$ (1).

В то же время, $P_n = \frac{F_д}{S} \Rightarrow F_д = P_n S$ (2)

(1) в (2):
$F_д = \rho g H S$ (3).

Заметим, что система находится в равновесии. Тогда, рассмотрим ур-ие сил для поршня:

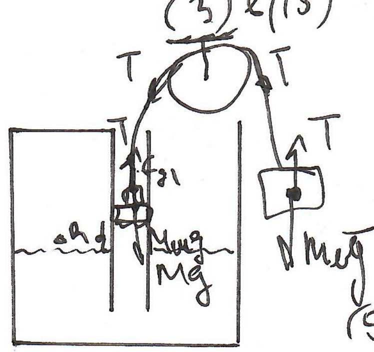
$\vec{F_д} + m\vec{g} + \vec{T} = 0$, где T - сила натяжения нити.

Рассмотрим уравнение в проекции на Oy.
Тогда:
$F_д + mg + T = 0 \Rightarrow T = mg - F_д$ (4)

Теперь, рассмотрим ур-ие сил для груза:
$\vec{T} + m_2\vec{g} = 0$
По Ox: $T - m_2 g = 0 \Rightarrow T = m_2 g$ (5)

(3) в ((5) = (4)): $m_2 g = mg - \rho g H S$
$m_2 = m - \rho H S$ (6).

3)



Рассмотрим ур-ие сил для новой системы. Для поршня с гирей:
$\vec{T} + \vec{F_{д1}} + M_{гч}\vec{g} + M\vec{g} = 0$
По Ox: $T + F_{д1} - M_{гч}g - Mg = 0$ (7)
(5) в (7): $F_{д1} = M_{гч}g + Mg - M_2 g$ (8)
(6) в (8): $F_{д1} = g(M_{гч} + M - M + \rho H S) = g(M_{гч} + \rho H S)$ (9)

Тогда, $P_{n1} = \rho g \Delta h$ (9)
$P_{n1} = \frac{F_{д1}}{S}$ (10), $\rho g \Delta h = \frac{g(M_{гч} + \rho H S)}{S} \Rightarrow \Delta h = \frac{M_{гч} + \rho H S}{\rho S}$ (10).

Вариант 09-01 | Чистовик

Дано:
$S = 8\cdot10^{-4}\ м^2$
$m = 0{,}05$ кг
$H = 0{,}1$ м

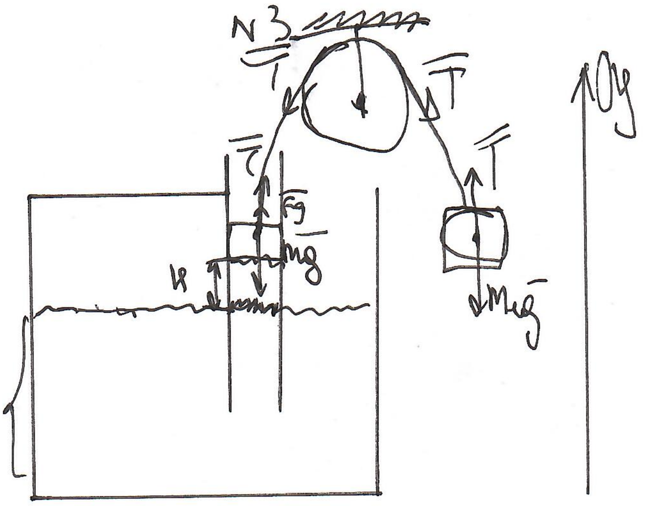
1) $P_g - ?$

2) $m_2 - ?$

3) $m_{гл} = 0{,}1$ кг, $h - ?$

$P_0 = 100\cdot10^3$ Па
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$ $\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$

№3



Поскольку система находится в равновесии, то давления в трубе и сосуде =.

Давление в сосуде: $P_1 = \frac{\rho g h}{2} + P_0$ (1).

Давление в трубе: $P_2 = \frac{\rho g (H+h)}{2} + P_0 - P_n$ (2),
где P_n — давление поршня на воду.

(1) = (2):

$$\cancel{\frac{\rho g h}{2}} + \cancel{P_0} = \cancel{\frac{\rho g h}{2}} + \frac{\rho g H}{2} + \cancel{P_0} - P_n$$

$$\frac{\rho g H}{2} = P_n \quad (3).$$

3

С какой силой поршень давит на воду, с такой силой и вода давит на поршень.

$\Rightarrow P_g = P_n = \frac{\rho g H}{2}$ (4)

В то же время, $P_g = \frac{F_g}{S} \Rightarrow F_g = P_g S$ (5)

(4) в (5): $F_g = \frac{\rho g H S}{2}$ (6)

Тогда, запишем уравнения сил для поршня и груза:

$\overline{T} + \overline{F_g} + m\overline{g} = 0$; по Ox: $T + F_g - mg = 0$ (7)

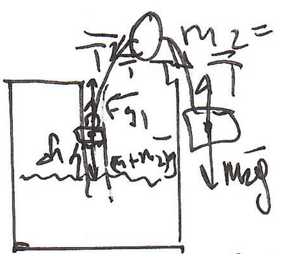
$\overline{T} + m_2\overline{g} = 0$; $T - m_2 g = 0$ (8)

(8) в (7): $m_2 g + F_g - mg = 0$

$m_2 = \frac{mg - F_g}{g}$ (9); (6) в (9):

$$m_2 = \frac{mg - \frac{\rho g H S}{2}}{g} = m - \frac{\rho H S}{2} \quad (10).$$

3)



Запишем ур-ния сил для поршня+шара и груза:

$\overline{T} + m_2\overline{g} = 0$ по Ox: $m_2 g = T$

$\overline{T} + \overline{F_{g1}} + (m+m_{гл})\overline{g} = 0$; $T + F_{g1} - (m+m_{гл})g = 0$ (12)

(8) в (12): $F_{g1} = (m + m_{гл} - m_2)g$ (13).

(10) в (13): $F_{g1} = \left(m_{гл} + \frac{\rho H S}{2}\right)g$ (14).

Вариант 09-01 | Чистовик

4

№3 (продолжение)

В то же время,

$p_{g1} = \frac{F_{g1}}{S}$ (15)

$p_{g1} = \frac{\rho g \Delta h}{2}$ (16)

(14) в (15)=(16):

$\frac{(m_м + \rho h S) g}{S} = \frac{\rho g \Delta h}{2} \Rightarrow \Delta h = \frac{2(m_м + \rho h S)}{\rho S}$ (17)

Тогда, $p_g = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 0,1}{2} = \cancel{1000}$ 500 (Па)

$m_2 = 0,05 - \frac{1000 \cdot 0,1 \cdot \cancel{8} 4 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,05 - 0,04 = 0,01$ (кг).

$\Delta h = \frac{2(0,12 + 0,04)}{8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1} = 0,4$ (м)

Ответ: $p_g = 500$ Па.
$m_2 = 0,01$ кг.
$\Delta h = 0,4$ м.

Вариант 09-01 Чистовик

№3

Дано:

$U_0 = 12$ В

$P_1 = 20$ Вт

$P_2 = 6{,}6$ Вт

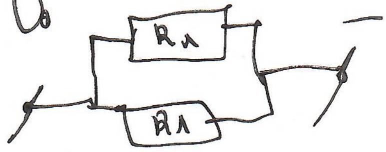
1) I_{11} — ?

2) $I_=$ — ?

3) $U_1 = 2U_0$

P_3 — ?

1) $+U_0$ −



Рассмотрим схему ||-го соединения.

Тогда, их мощности описываются формулой:

$$P = I^2 R = \left(\frac{U}{R}\right)^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad (1).$$

Т.к. при || соединении напряжение =, то

$$P_1 = \frac{U_0^2}{R_л} \Rightarrow R_л = \frac{U_0^2}{P_1} \quad (2)$$

(2) в (1): $P_1 = I_{11}^2 R_л = \frac{I_{11}^2 U_0^2}{P_1}$

$$P_1^2 = I_{11}^2 U_0^2 \Rightarrow$$

$$P_1 = U_0 I_{11} \Rightarrow I_{11} = \frac{P_1}{U_0} \quad (3)$$

Т.к. лампочки имеют =-ое сопр-ие, то и сила тока в них будет =.

2) $+U_0$ −

Тогда, ~~в зависимости~~ ~~общее R эквивалентное~~:

$\cancel{R_у = R_л + R_л = 2R_л \ (4)}$

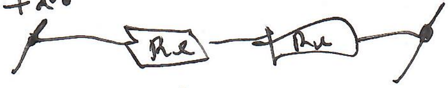
$\cancel{(2) \text{ в } (4): R_у = \frac{2U_0^2}{P_1} \ (5)}$.

$$P_2 = I_=^2 R_л \Rightarrow I_= = \sqrt{\frac{P_2}{R_л}} \quad (4)$$

~~В то же время,~~

(2) в (4): $I_= = \sqrt{\frac{P_1 P_2}{U_0^2}} = \frac{\sqrt{P_1 P_2}}{U_0}$ (5).

3) $+2U_0$ −



$P_3 = I^2 R_л$ (6)

$R_у = R_л + R_л = 2R_л$ (7) — т.к. они соединены посл-но.

$I = \frac{2U_0}{R_у} = \frac{U_0}{R_л}$ (8); (2) в (8): $I = \frac{U_0 P_1}{U_0^2} = \frac{P_1}{U_0}$ (9).

2

Тогда, (2) и (9) в (6): $P_3 = \frac{P_1^2}{U_0^2} \cdot \frac{U_0^2}{P_1} = P_1$.

$I_{11} = \frac{20}{12} = 1{,}67$ (А)

$I_= = \frac{\sqrt{20 \cdot 6{,}6}}{12} \approx 0{,}957$ (А).

$P_3 = P_1 = 20$ (Вт).

Ответ: $I_{11} = 1{,}67$ А;
$I_= = 0{,}957$ А.
$P_3 = 20$ Вт.

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21204770**

ID профиля: **170757**

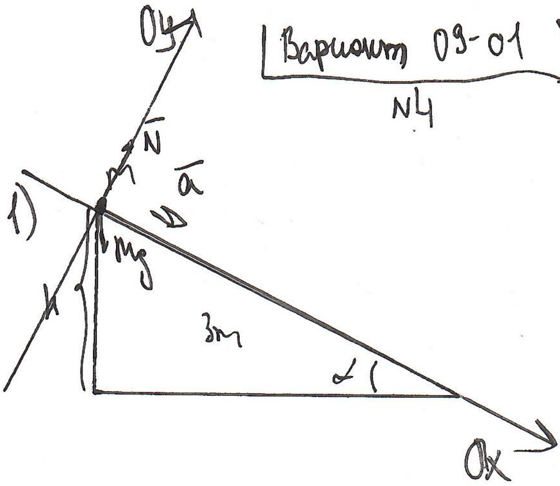
Вариант 1

Вариант 09-01 | Чистовик

N4

Дано:
$\cos\alpha = 0{,}8$
H
$m_1 = m$
$m_2 = 3m$

1) $t_0 - ?$
2) $a_k - ?$
3) $t_1 - ?$

1) 

Рассмотрим силы, действующие на шайбу:

$\bar N + m\bar g = m\bar a$

По Ox: $mg\cos(90-\alpha) = ma \Rightarrow$

$\Rightarrow a = g\sin\alpha$ (1).

Тогда, шайба равноускоренно начнёт скатываться вниз. Она преодолеет l: $\sin\alpha = \frac{H}{l} \Rightarrow$

1

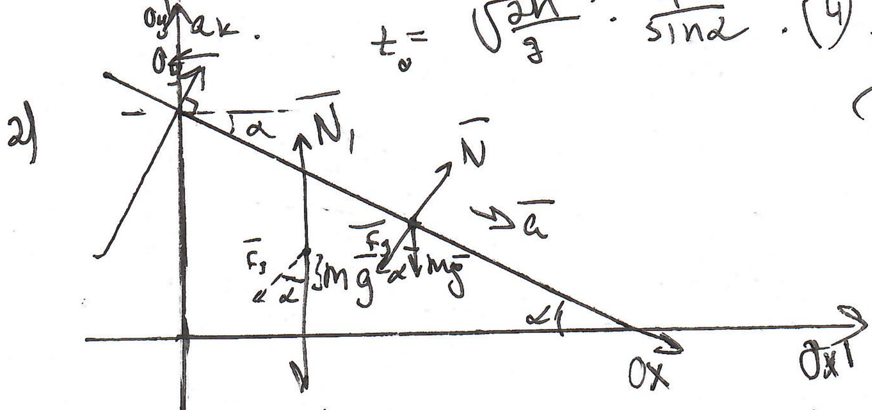
$\Rightarrow l = \frac{H}{\sin\alpha}$ (2)

В то же время $l = \frac{at_0^2}{2}$ (3)

(1) и (2) в (3):

$\frac{H}{\sin\alpha} = g\frac{\sin\alpha\, t_0^2}{2} \Rightarrow t_0^2 = \frac{2H}{g\sin^2\alpha}$; $\cos^2\alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{5}$

$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot\frac{1}{\sin\alpha}$ (4); $t_0 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

2) 

Тогда, заметим, что на клин, кроме силы реакции опоры, ещё и действует сила давления шайбы $|\bar F_д| = |\bar N|$.

Тогда, запишем ур-ие сил для клина:

$\bar N + 3m\bar g + \bar F_д = 3m\bar a_k$

По Ox': $-F_д\sin\alpha = -3ma_k \Rightarrow F_д\sin\alpha = 3ma_k$ (5).

Т.к. $|\bar F_д| = |\bar N|$, то рассмотрим шайбу по Oy:

$N - mg\cos\alpha = 0$; $N = mg\cos\alpha$ (6) $\Rightarrow$

(6) в (5): $mg\cos\alpha\sin\alpha = 3ma_k$

$a_k = \frac{g\cos\alpha\sin\alpha}{3}$; $a_k = \frac{10\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}{3} = \frac{8}{5} = 1{,}6$ (м/с²)

№4 (продолжение)

2

Рассмотрим ускорение шайбы. Из п-та 1), оно: $a = g\sin\alpha$ (4)

Его пр-ия на Ox': $a_{x'} = g\sin\alpha\cos\alpha$ (7);

а на Oy': $a_{y'} = g\sin^2\alpha$ (8)

Тогда, рассмотрим движение шайбы отн-но клина:

$a_{x'ш} = a_{x'} + a_k$ (9)

$a_{y'}$ – не изменилось, т.к. $a_{ky'} = 0$.

Тогда, шайба пройдёт по Ox': из (2):

$$l_1 = l\cos\alpha = H\operatorname{ctg}\alpha \quad (10)$$

$$l_1 = \frac{a_{x'ш}\cdot t_1^2}{2} \quad (11)$$

(7), (9) и (10) в (11):

$$\frac{H}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\left(g\sin\alpha\cos\alpha + \frac{g\sin\alpha\cos\alpha}{3}\right)t_1^2}{2} \rightarrow$$

$$\frac{H}{\frac{2}{3}\sin^2\alpha g} = \frac{3H}{2\sin^2\alpha g}$$

$$\rightarrow t_1^2 = \frac{2H}{\frac{4}{3}\operatorname{tg}\alpha g\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2H}{\frac{4}{3}\frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}}\sin\alpha\cancel{\cos\alpha}\, g}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{3H}{2g}}\cdot\frac{1}{\sin\alpha} = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{3H}{2g}} \quad (12).$$

Ответ: 1) $t_0 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

2) $a_k = 1{,}6\ \frac{м}{с^2}$

3) $t_1 = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{3H}{2g}}$.

[Вариант 09-01] [Чистовик]

№5

Дано:

$h = H$

$r = H$

S

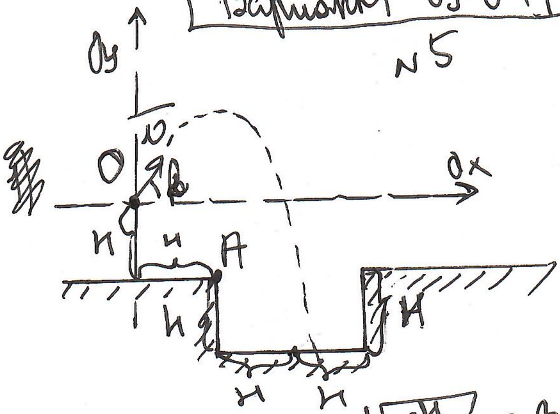
$v = \sqrt{\frac{gH}{2}}$

1) $t_з$ - ?

2) α - ?

3) угол попадания - ?

3



Пусть $\beta = \alpha$, между концом шланга и горизонтом.

$v_x = v\cos\beta = \sqrt{\frac{gH}{2}}\cos\beta$ (1) — скорость движения воды по Ox.

$v_y = v\sin\beta = \sqrt{\frac{gH}{2}}\sin\beta$ (2) — скорость движения воды по Oy в начале

Тогда, расход воды $V = vS = \sqrt{\frac{gH}{2}}S$ (3).

~~Следовательно от времени перед вращением воды до ... нет~~

~~Известно, что при некотором ∠α, вода вылетает из т. O и проходит через т. A~~

1) Поскольку мы пренебрегаем временем полета струи, то $t = \frac{V_б}{V}$ (4).

$V_б = S\cdot H = \pi H^2\cdot H = \pi H^3$ (5).

(3) и (5) в (4): $t = \frac{\pi H^3}{\sqrt{\frac{gH}{2}}S} = \frac{\pi H^3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{g}\cdot\sqrt{H}\cdot S} = \frac{\pi H^2\sqrt{2H}}{S\sqrt{g}}$ (6).

2) Известно, что струя под углом ∠α, вылетает из т. O, и проходит через т. A.

Тогда, $S_x = v_x t \Rightarrow t = \frac{S_x}{v_x}$ (7)

(усл) и (1) в (7): $t = \frac{H}{\sqrt{\frac{gH}{2}}\cos\alpha} = \frac{H\sqrt{2}}{\sqrt{g}\cdot\sqrt{H}\cdot\cos\alpha} = \sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$ (8)

В тоже время, $S_y = v_y t - \frac{gt^2}{2}$ (9)

(усл) и (8) и (2) в (9):

$$-H = \frac{\sqrt{gH}}{\sqrt{2}}\sin\alpha\cdot\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{H}}{\sqrt{g}}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{g\cdot 2H}{2g}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$-H = H\cdot tg\alpha - \frac{H}{\cos^2\alpha}$$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = tg\alpha$ по формуле: $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$:

$1 + tg^2\alpha - 1 = tg\alpha$

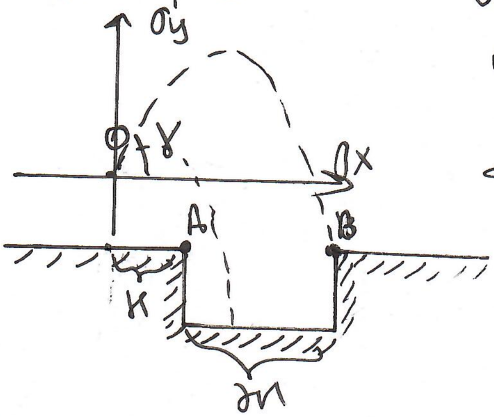
$tg^2\alpha = tg\alpha$; т.к. $tg\alpha \neq 0$, то $tg\alpha = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Вариант 09-01 | Чистовик

№5 (продолжение)

3) ~~Рассмотрим~~



Обозначим за т. B, дальнюю вершину т. бака.

Заметим, ~~что при пересечении отрезка AB~~, что $\forall$ струи, попадающие в бак проходит ч/з отрезок AB. Тогда, $\angle$ для прохода ч/з т. A — мы знаем. Попробуем найти $\angle\gamma$, для прохода ч/з т. B:

(4)

$S_x = v_x t_2$, $\Rightarrow$ $t_2 = \frac{S_x}{v_x}$ (10)

Из чертежа и (1) в (10): $t_2 = \frac{3H}{\sqrt{\frac{gH}{2}}\cdot\cos\gamma} = \frac{3H\sqrt{2}}{\sqrt{g}\cdot\sqrt{H}\cdot\cos\gamma} = \frac{3\sqrt{2H}}{\sqrt{g}\cos\gamma}$ (11)

$S_y = v_y t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$ (12)

чертеж, (2) и (11) в (12): $-H = \frac{\sqrt{gH}\cdot\sin\gamma}{\sqrt{2}}\cdot\frac{3H\sqrt{2}}{\sqrt{gH}\cdot\cos\gamma} - \frac{g\cdot 9\cdot 2H}{2\cdot g\cdot\cos^2\gamma}$

$-H = 3H\,tg\gamma - \frac{9H}{\cos^2\gamma}$ (13)

$\frac{9}{\cos^2\gamma} - 1 = 3\,tg\gamma$; по формуле $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$:

$9 + 9\,tg^2\gamma - 1 = 3\,tg\gamma$

$9\,tg^2\gamma - 3\,tg\gamma + 8 = 0$

$D = 9 - 9\cdot 8\cdot 4 < 0$, $\Rightarrow$ $tg\gamma \in \varnothing$.

Значит, струя в $\forall$ случае не долетит до т. B.

Тогда, пусть он пролетает по Ox kH, где $1 \leq k < 3$, под $\angle\delta$.

Тогда, $t = \frac{k\sqrt{2H}}{\cos\delta\sqrt{g}}$ (14);

$-H = kH\,tg\delta - \frac{k^2 H}{\cos^2\delta}$

$\frac{k^2}{\cos^2\delta} - k\,tg\delta - 1 = 0$ по формуле:

$k^2 tg^2\delta - k\,tg\delta + (k^2 - 1) = 0$.

$D = k^2 - 4k^2(k^2 - 1) \geq 0$

$k^2(1 - 4k^2 + 4) \geq 0$; т.к. $k^2 \geq 0$, то $-4k^2 + 5 \geq 0$.

$4k^2 \leq 5$ $\Rightarrow$ $k \in \left[-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$. В то же время,

$k \in [1; 3)$ $\Rightarrow$ $k \in \left[1; \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

Вариант 09-01 | Чистовик

№5 (продолжение 2)

Тогда, максимальная разница между α и Δ будет при $k = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Тогда, рассмотрим уравнение:

5

$$\frac{5}{4} tg^2 \Delta - \frac{\sqrt{5}}{2} tg \Delta + \frac{1}{4} = 0$$

$$5 tg^2 \Delta - 2\sqrt{5} \cdot tg \Delta + 1 = 0$$

$$(\sqrt{5} tg \Delta)^2 - 2 \cdot (\sqrt{5} tg \Delta) \cdot 1 + 1^2 = 0$$

$$(\sqrt{5} tg \Delta - 1)^2 = 0 \Rightarrow tg \Delta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\Rightarrow \Delta = arctg \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 24{,}1 (°).$$

~~Итак~~ $\Rightarrow$ угол $\in [24{,}1°; 45°]$.

Ответ: 1) $t = \frac{\pi H^2}{5} \cdot \sqrt{\frac{\rho H}{g}}$.

2) $\alpha = 45°$.

3) $[24{,}1°; 45°]$.