Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21205020**

ID профиля: **332271**

Вариант 1

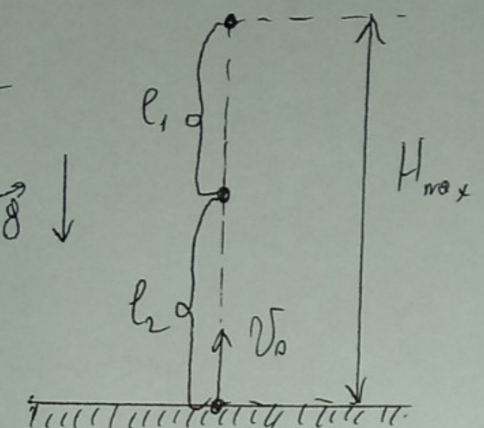
Чистовик 1

№1

Дано: τ

1) H_{max} - ?
2) h_x - ?
3) $\frac{l_2}{l_1}$ - ?

Решение:



Сначала найдём H_{max}, предположив что мяч кинули со скоростью V_0 некоторой. Тогда т.к. движение равноускоренное: $V = V_0 - g t_1$; где $V=0$, в момент когда мяч на H_{max}. Тогда $t_1 = \frac{V_0}{g}$, а мяч прошел путь $H_{max} = V_0 \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{g} - \frac{V_0^2}{2g} = \frac{V_0^2}{2g}$; Пусть когда мячи столкнулись, они прошли l_1 и l_2 после броска второго мяча. Тогда l_1 - первый мяч, l_2 - второй. Тогда:

$l_1 = \frac{g t_2^2}{2}$; $l_2 = V_0 \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$; где t_2 - время после броска второго мяча и до столкновения.

Тогда зная, что $l_1 + l_2 = H_{max}$, получим:

$\cancel{\frac{g t_2^2}{2}} + V_0 \cdot t_2 - \cancel{\frac{g t_2^2}{2}} = \frac{V_0^2}{2g}$; $\cancel{V_0} \cdot t_2 = \frac{V_0^{\cancel{2}}}{2g}$; $t_2 = \frac{V_0}{2g}$.

Тогда имеем: $t_1 = \frac{V_0}{g}$; $t_2 = \frac{V_0}{2g}$; из условия следует, что ~~$t_1 + t_2 = \tau$~~ $t_2 = \tau$; $\tau = \frac{V_0}{2g}$;

отсюда получим: $t_1 = 2\tau$, $t_2 = \tau$, $V_0 = 2g\tau$. Тогда:

$H_{max} = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{2^2 g^2 \tau^2}{2g} = 2g\tau^2$; $h_x = l_2 = V_0 \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 2g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = 1.5 g\tau^2$

А $l_1 = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{g\tau^2}{2}$; значит $\frac{l_2}{l_1} = \frac{1.5 g\tau^2 \cdot 2}{g\tau^2} = 3$

Ответ: $H_{max} = 2g\tau^2$, $h_x = 1.5 g\tau^2$, $\frac{l_2}{l_1} = 3$

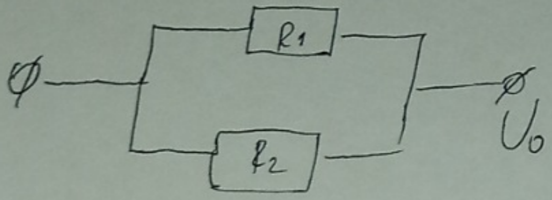
Чистовик 2

Дано:
$R_1 = R_2$
$U_0 = 12$ В
$P_1 = 20$ Вт
$P_2 = 6{,}6$ Вт

1) I_1 –?
2) I_2 –?
3) P_x –?

Решение:

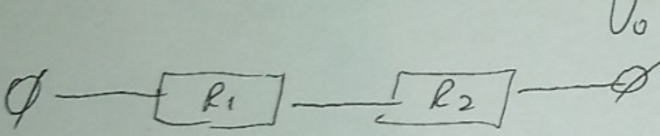
1) Паральельное соединение:



Из формулы $P = I \cdot U$ легко найти ток на лампочке, зная что т.к. соединение паралельное, то $U_1 = U_2 = U_0$, тогда:

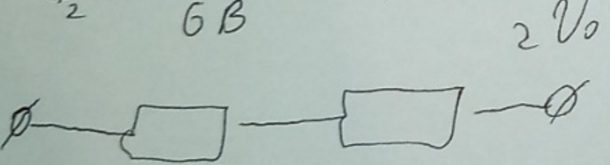
$$I_1 = I_2 = \frac{P_1}{U_0} = \frac{20\,\text{В}}{12\,\text{В}} = \frac{5}{3}\,\text{А}$$

2) Последовательное соединение:



Т.к. соединение последовательное, то $U_1 = U_2 = 0{,}5U_0 = 6$ В.
Тогда также из формулы $P = U \cdot I$ легко найти ток $I_2 = \frac{6{,}6\,\text{Вт}}{6\,\text{В}} = 1{,}1$ А

3)



Из предыдущих пунктов легко найти сопротивления лампочек из закона Ома:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12\,\text{В}}{\frac{5}{3}\,\text{А}} = \frac{36}{5}\,\Omega = 7{,}2\,\Omega$$

Тогда здесь $U_1 = U_2 = 0{,}5(2U_0) = 12$ В, а тогда из формулы $P = \frac{U^2}{R}$ найдем P_x: $P_x = \frac{12\,\text{В}_2}{\frac{36}{5}} = \frac{12^2 \cdot 5}{36} =$

$= 20$ Вт

Ответ: $I_1 = \frac{5}{3}$ А; $I_2 = 1{,}1$ А; $P_x = 20$ Вт

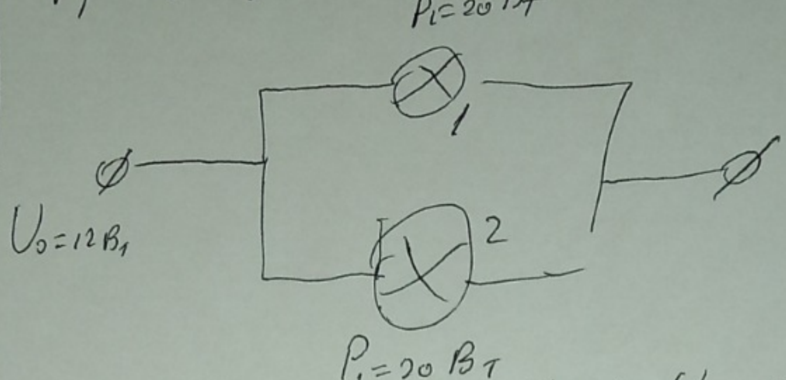
Черновик 1

№3

$R_1 = R_2$
$U_0 = 12\ В$
$P_1 = 20\ Вт$
$P_2 = 6{,}6\ Вт$

Решение:

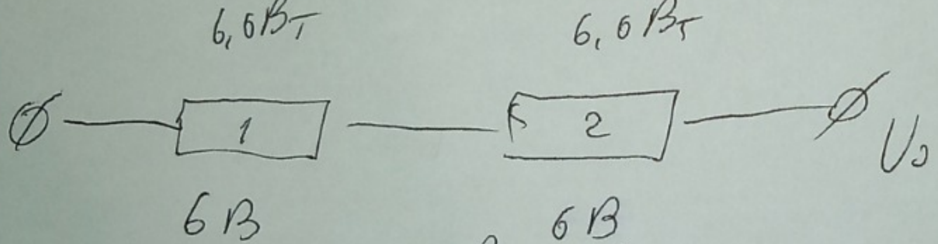
1) Параллельное:



Т.к. параллельное то $U_1 = U_2 = U_0$, тогда из формулы

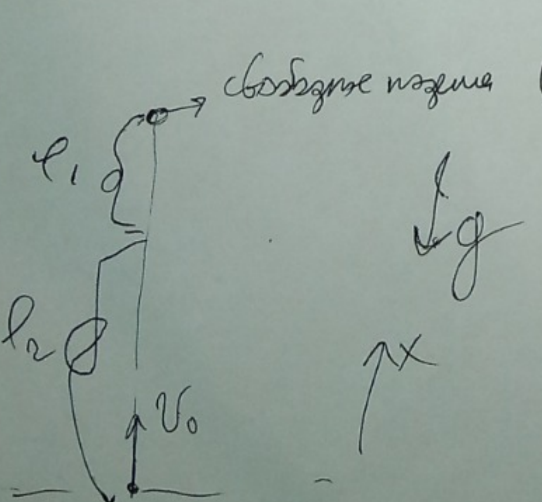
U- $P = U \cdot I \Rightarrow I_1 = \frac{20\ Вт}{12\ В} = \frac{5}{3}\ A$, $R = \frac{U}{I} = \frac{12 \cdot 3}{5} = \boxed{\frac{36}{5}\ Ом}$

2) Последовательное



$P = U \cdot I$; $I = \frac{P}{U} = \frac{6{,}6}{6} A$; $= \frac{66}{60} = \frac{11}{10} = 1{,}1\ A$; $R = \frac{6 \cdot 10}{11} = \frac{60}{11}$

№1



$v = v_0 - g t_1$

$g t_1 = v_0$; $\boxed{t_1 = \frac{v_0}{g}}$

$\boxed{S_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2}} = H$

$S_1 = H$

$l_1 = \frac{g t_2^2}{2}$; $l_2 = v_0 \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$

$t_1 + t_2 = \tau$

$l_1 + l_2 = H = \frac{g t_2^2}{2} + v_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = H = v_0 \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$

Чернетки 2

№2

$v_0 \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = v_0 \cdot t_2$

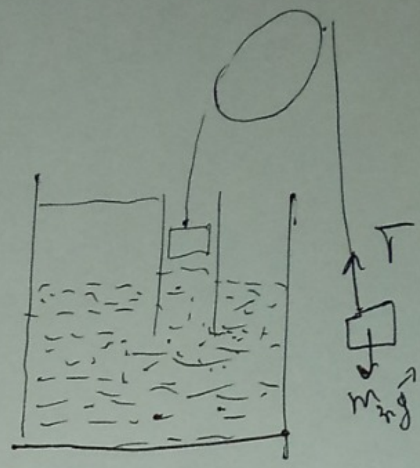
$t_1 + t_2 = \tau$

$\frac{v_0^2}{g} - \frac{\cancel{g}}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^{\cancel{2}}} = v_0 \cdot t_2$

$\frac{v_0^2}{2g} = v_0 \cdot t_2$

$v_0 = 2g \cdot t_2$

$t_2 = \frac{v_0}{2g}$



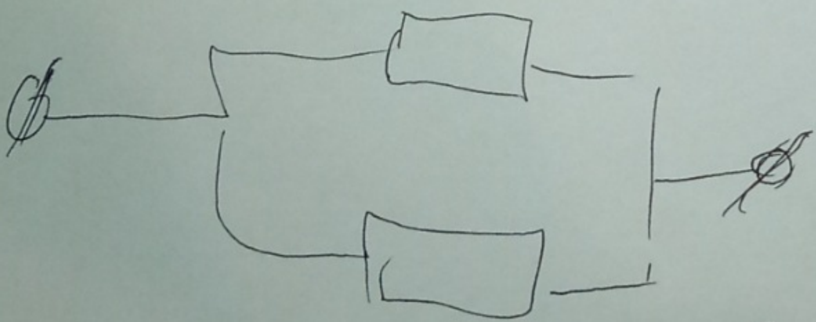
$\frac{v_0}{2g} + \frac{v_0}{g} = \tau$

$\frac{3v_0}{2g} = \tau$; $3v_0 = 2g\tau$

$\boxed{v_0 = \frac{2}{3} g \tau}$

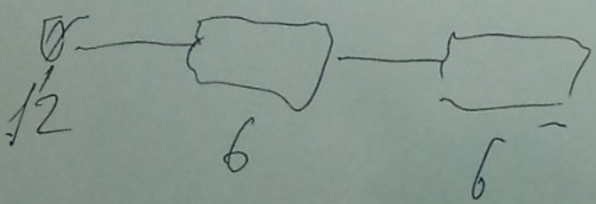
$S = \frac{v_0^2}{g} - \frac{\cancel{g}}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^{\cancel{2}}} = \frac{v_0^2}{2g}$

№2

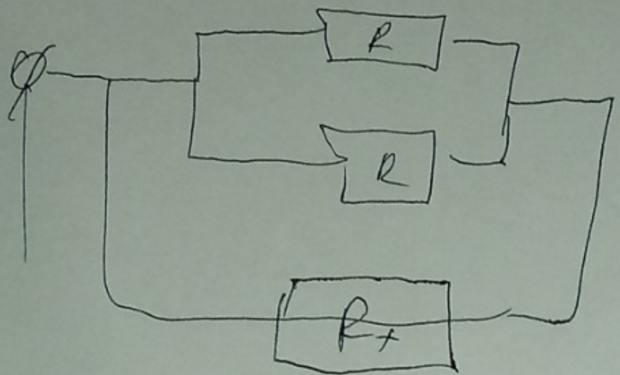


$P = \frac{U^2}{R}$; $R = \frac{U^2}{P} = \frac{12^2}{20} = \frac{(4 \cdot 3)^2}{20} = \frac{4 \cdot 3^2}{5} = \frac{36}{5} = 7{,}2\ \Omega$

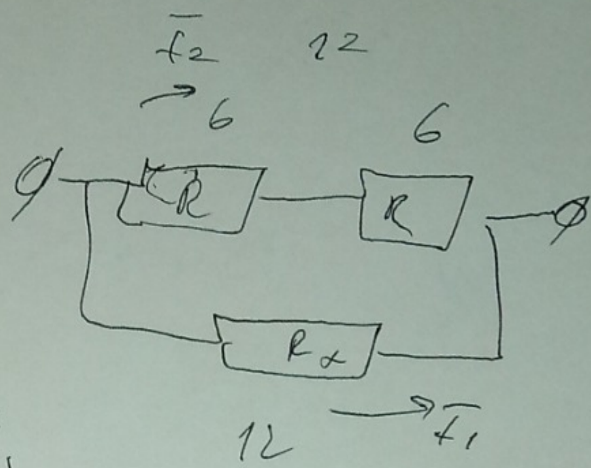
$P = \frac{U^2}{R} = \frac{36}{7{,}2} = 36 : \frac{36}{5} = 5$



Черновик 3



$$P=\frac{U^2}{R};\ R=\frac{U^2}{P}=\frac{36}{5}=7{,}2\,\Omega$$



$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{2R}{R_x}$$

$$12=I_1\cdot R_x$$

$$12=I_2(2R)$$

$$\frac{0{,}5R\cdot R_x}{0{,}5R+R_x}\cdot I_0=12$$

$$\frac{5}{3}+\frac{5}{3}=\frac{10}{3}$$

$$\frac{0{,}5R\cdot R_x}{0{,}5R+R_x}\cdot\left(\frac{10}{3}+I_x\right)=12$$

$$I_x\cdot R_x=12$$

$$\frac{3{,}6R_x}{3{,}6+R_x}\left(\frac{10}{3}+I_x\right)=12$$

$$\frac{3{,}6R_x(10+3I_x)}{3\cdot 3{,}6+3R_x}=12,$$

$$\frac{36R_x+10{,}8R_x\cdot I_x}{}=$$

$$=10{,}8\cdot 12+36R_x$$

$$36R_x+10{,}8\cdot 12$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21205020**

ID профиля: **332271**

Вариант 1

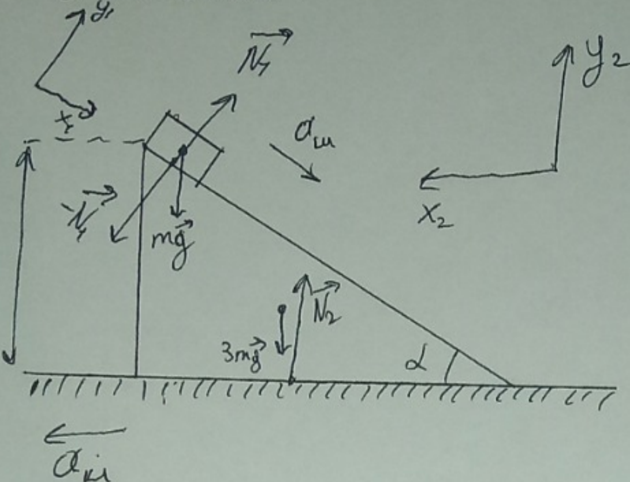
Чистовик 1

№4

Дано:
$\cos\alpha = \frac{4}{5}$
H, $m_ш = m$
$m_{кл} = 3m$

1) t_1 - ?
2) $a_{кл}$ - ?
3) t_2 - ?

Решение:



Запишем второй закон Ньютона для шайбы:

$\vec{N_1} + m\vec{g} = m\cdot\vec{a_ш}$

Запишем проекции.

ось x_1: $mg\cdot\sin\alpha = m\cdot a_ш$

ось y_1: $N_1 - mg\cdot\cos\alpha = 0$

Т.е. получим: $a_ш = g\cdot\sin\alpha$, $N_1 = mg\cdot\cos\alpha$. Пусть l – это длина поверхности клина по которой съезжает шайба, тогда: $l = \frac{H}{\sin\alpha}$. Т.к. шайба съезжает с ускорением $a_ш$ и $v_0 = 0$, то:

$l = \frac{H}{\sin\alpha} = \frac{a_ш\cdot t_1^2}{2}$; $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{\sin\alpha\cdot g\cdot\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{2H}{g\cdot\sin^2\alpha}}$. Это в случае когда клин удерживают. Теперь случай когда его <u>не</u> удерживают. Запишем второй закон Ньютона для клина: $3m\vec{g} + \vec{N_2} + (-\vec{N_1}) = 3m\cdot\vec{a_{кл}}$ где $-\vec{N_1}$ сила с которой давит шайба на клин. Из 3-его закона Ньютона она равна по модулю и противоположна по направлению $\vec{N_1}$. Теперь запишем проекции на оси:

ось x_2: $N_1\cdot\sin\alpha = 3m\cdot a_{кл}$

ось y_2: $3mg - N_2 = 0$

Вспомним, что $N_1 - mg\cdot\cos\alpha = 0$, значит: $a_{кл} =$
$= \frac{\cancel{m}g\cdot\cos\cdot\sin\alpha}{3\cancel{m}} = \frac{g\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{3}$

Чистовик 2

№4

Теперь перейдём в систему отсчёта движущуюся с ускорением $\vec{a_{кл}}$ и $V_0 = 0$. Тогда в ней клин покоится, ~~[illegible]~~ а шайба движется с полным ускорением равным $\vec{a} = \vec{a_ш} + (-\vec{a_{кл}})$

Тогда по оси x, шайба движется с ускорением

$$a_x = a_ш + a_{кл} \cdot \cos\alpha = g \cdot \sin\alpha + \frac{g \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{3}$$

Тогда легко найти время t_2:

$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{a_x \cdot t_2^2}{2}; \quad t_2 = \sqrt{\frac{2H}{\sin\alpha} \cdot \frac{1}{a_x}} = \sqrt{\frac{2H}{\sin\alpha} \cdot \frac{3}{g \cdot \sin\alpha \cdot \cos^2\alpha}} = \sqrt{\frac{6H}{g \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}}$$

Зная $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ преобразуем полученные ответы:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \quad \sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \frac{3}{5}, \text{ тогда:}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2}} = \sqrt{\frac{50H}{9g}}; \quad a_{кл} = \frac{g \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{3} = g \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4g}{25}$$

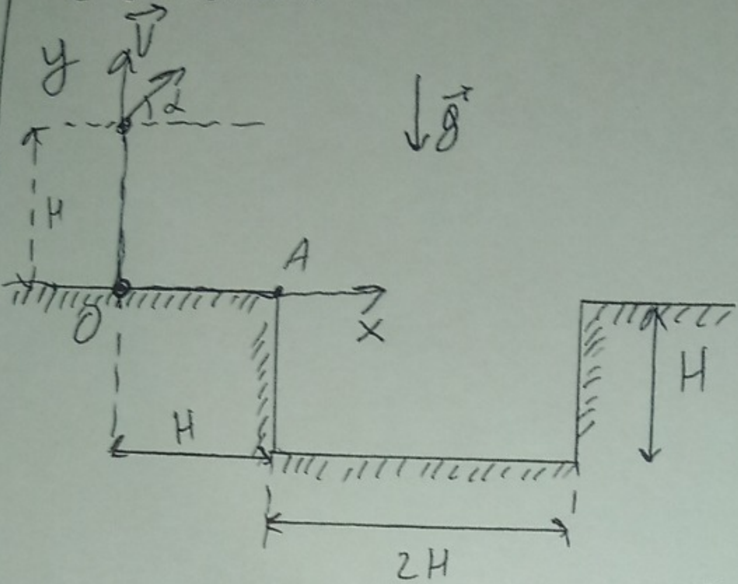
$$t_2 = \sqrt{\frac{6H}{g \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha} \sqrt{\frac{6H}{g}} = \frac{25}{12}\sqrt{\frac{6H}{g}}$$

Ответ: $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g \cdot \sin^2\alpha}}$, $a_{кл} = \frac{g \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{3}$; $t_2 = \sqrt{\frac{6H}{g \cdot \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}}$

Чистовик 3

№5

Дано:	Решение:
H, S, $V=\sqrt{0{,}5gH}$	
1) t_x - ?	
2) $tg\alpha$ - ?	
3) $tg\alpha - tg\beta$ - ?	



Сначала найдём объём бака:

$V_б = S_б \cdot h_б = H \cdot \pi H^2 = \pi H^3$, теперь найдём какой объем воды выливается из шланга за единицу времени: $v = S \cdot V$, тогда зная что $v \cdot t_x = V_б$, найдём $t_x = \frac{V_б}{v} = \frac{\pi H^3}{S \cdot \sqrt{0{,}5gH}} = \frac{\pi H^2 \sqrt{0{,}5gH}}{0{,}5g \cdot S} = \frac{\pi \sqrt{0{,}5gH^5}}{g \cdot S} \cdot 2$

Чтобы струя воды попала в точку A, ей нужно за какое-то время t_1 пройти по оси x расстояние H, а по оси y опуститься к O. Запишем теперь закон изменения движения струи:

$$\begin{cases} y(t_1) = y_0 + v_0 \cdot t_1 \sin\alpha - \frac{g t_1^2}{2} \\ x(t_1) = x_0 + v_0 \cdot t_1 \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

где $y(t_1) - y_0 = -H$, а $x(t_1) - x_0 = H$.

Получим систему:

$$\begin{cases} \frac{g t_1^2}{2} = H + v_0 \cdot t_1 \cdot \sin\alpha \\ H = v_0 \cdot t_1 \cdot \cos\alpha \end{cases} ; \quad t_1 = \frac{H}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

Чистовик 4

№5

Выражая из нижнего уравнения t_1, подставим t_1 в первое, получим:

$$H + \frac{v_0 \cdot \sin\alpha \cdot H}{v_0 \cdot \cos\alpha} = \frac{g}{2} \cdot \frac{H^2}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}$$

$$H(1 + tg\alpha) = \frac{gH^2}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha};$$

где из условия задачи известно, что $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

Тогда получим квадратное уравнение относительно $tg\alpha$:

$$1 + tg\alpha = \frac{gH}{2v_0^2} \cdot (1 + tg^2\alpha); \quad \frac{gH}{2v_0^2} \cdot tg^2\alpha - tg\alpha + \frac{gH}{2v_0^2} - 1 =$$

$$= \frac{gH}{2v_0^2} \cdot tg^2\alpha - tg\alpha + \frac{gH - 2v_0^2}{2v_0^2};$$

$$1\ tg\alpha_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{gH}{2v_0^2} \cdot \left(\frac{gH - 2v_0^2}{2v_0^2}\right)}}{2 \cdot \frac{gH}{2v_0^2}}$$

Зная, что $v_0 = v = \sqrt{0{,}5gH}$, получим:

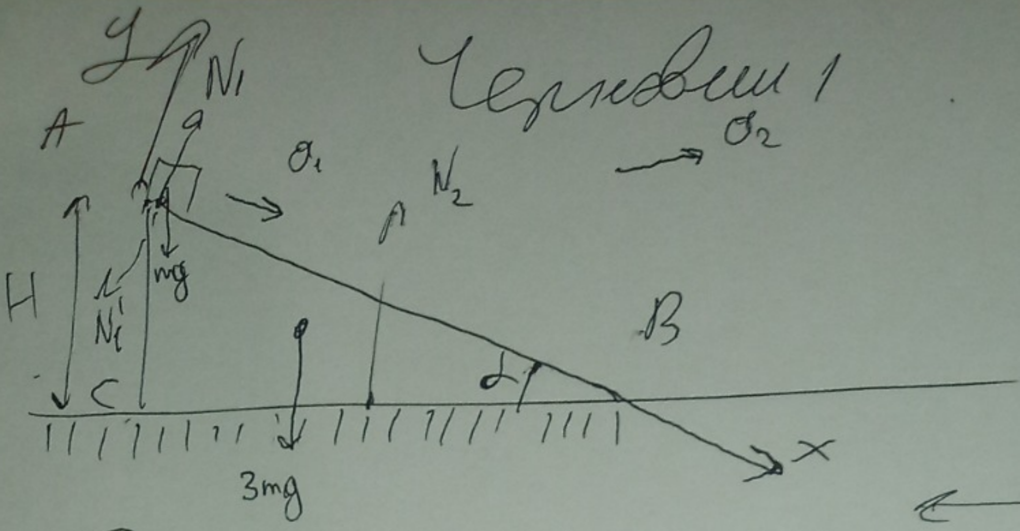
$$tg\alpha_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{2gH}{0{,}5gH} \cdot \left(\frac{gH - gH}{2v_0^2}\right)}}{\frac{gH}{0{,}5gH}} = \frac{1 \pm 1}{2}$$

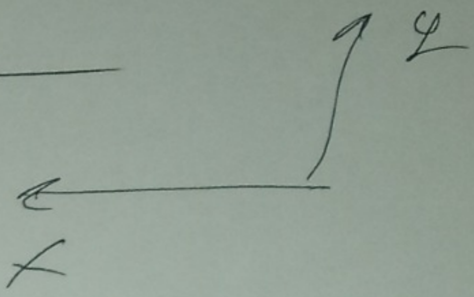
$$\left[\begin{array}{l} tg\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ \\ tg\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0 \end{array}\right.$$

Т.к. при $\alpha = 45^\circ$ наибольшая дальность полёта, и при этом струя прошла только расстояние H, значит дальше H струя по оси x полететь не может, значит и диапазона углов нет.

Ответ: $t_1 = \frac{\pi\sqrt{0{,}5gH^5}}{8 \cdot 5} \cdot 2$; $tg\alpha = 1, 0$

Чернетка 1





$\vec N + m\vec g = m\cdot\vec a_1$

$N_1 = mg\cdot\cos\alpha$

OX: $\cancel{m}g\cdot\sin\alpha = \cancel{m}\cdot a_1$

$\boxed{g\cdot\sin\alpha = a_1}$

$AB = \quad \sin\alpha = \frac{H}{AB}; \quad AB = \frac{H}{\sin\alpha}$

$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{g\cdot\sin\alpha\cdot t^2}{2}; \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g\cdot\sin^2\alpha}}$

у клина $\vec N_1' + \vec N_2 + 3m\vec g = m\cdot\vec a_2$

OX $\quad N_1\cdot\sin\alpha = 3m\cdot a_2$

$\cancel{m}g\cos\alpha\cdot\sin\alpha = 3\cancel{m}\cdot a_2$

$\frac{g\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{3} = a_2$

$\frac{g\cdot\sin(2\alpha)}{6} = a_2$

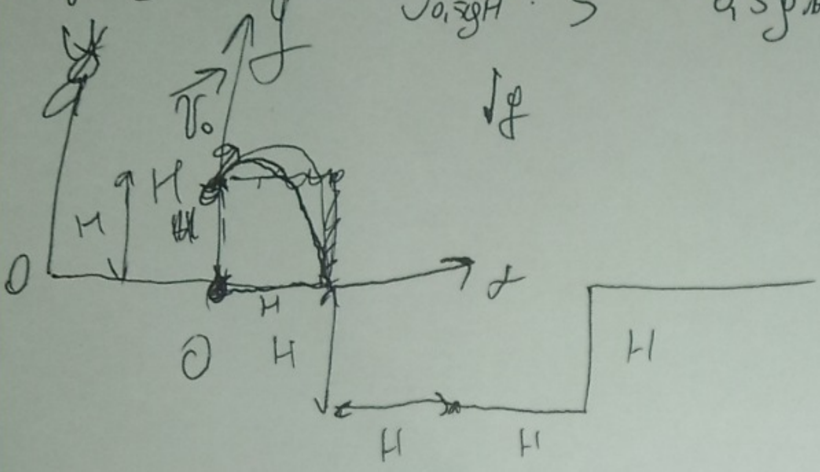
$a_2\cdot\cos\alpha + a_1 = \frac{g\cdot\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha}{3} + g\cdot\sin\alpha = g\cdot\sin\alpha\left(\frac{\cos^2\alpha}{3}+1\right)$

Черновик 2

$V \cdot S = м/с \cdot м^2 = м^3/с$ объем в секунду

объём бака $S_б \cdot h_б = H \cdot \pi H^2 = \pi H^3$

$$\frac{\pi H^3}{V \cdot S} = t_x \quad \frac{\pi H^3}{\sqrt{0{,}5gH} \cdot S} = \frac{\pi H^2 \sqrt{0{,}5gH}}{0{,}5g S} = \frac{2\pi \sqrt{0{,}5gH^5}}{S}$$



~~надо~~ чтобы попасть в точку A, она за время

$$y(t_1) = y_0 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

$$x(t_1) = x_0 + v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_1$$

$$\begin{cases} H = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{H}{v_0 \cos\alpha} \\ H + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_1 = \dfrac{g t_1^2}{2} \end{cases}$$

$$H + \frac{\cancel{v_0} \cdot \sin\alpha \cdot H}{\cancel{v_0} \cdot \cos\alpha} = \frac{g}{2} \cdot \frac{H^2}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}$$

$$(1 + tg\alpha) = \frac{gH}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = \frac{gH}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{gH}{2v_0^2}\left(1 + tg^2\alpha\right)$$

21205020 (U332271 M1279178)

Чернетка 3

$$y(t_2) = y_0 + V_0 \cdot t_2 \cdot \sin\alpha - \frac{g t_2^2}{2}$$

$$x(t_2) = x_1 + V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_2 \qquad H(1 + \cos\alpha \cdot \sin\alpha) = \frac{g}{2} \cdot \frac{\cos^2\alpha}{4}$$

де $y(t_2) - y_0 = -H$

$x(t_2) - x_1) = 3H$

$$\begin{cases} 3H = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_2 \\ \frac{g t_2^2}{2} = H + V_0 \cdot t_2 \cdot \sin\alpha \end{cases} ; \quad t_2 = \frac{3H}{V_0 \cdot \cos\alpha}$$

$$\frac{g}{2} \cdot \frac{9H^2}{V_0^2 \cdot \cos^2\alpha} = H + \frac{V_0 \cdot \sin\alpha \cdot 3H}{V_0 \cdot \cos\alpha} = H(1 + 3tg\beta)$$

$$\frac{9gH}{2V_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + 3tg\beta \qquad 1 - tg\alpha = 1 + tg^2\alpha$$

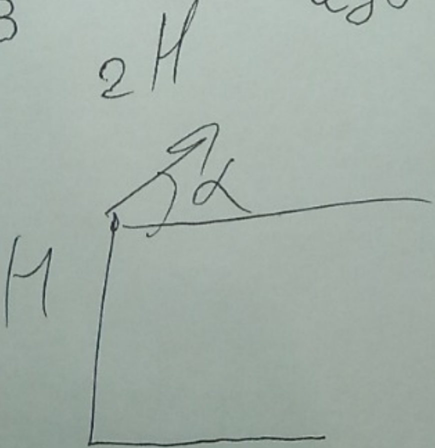
$$9 \cdot (1 + tg^2\beta) = 1 + 3tg\beta \qquad tg^2\alpha + tg\alpha = 0$$

$$tg\alpha(tg\alpha + 1)$$

$$9 tg^2\beta + 9 = 1 + 3tg\beta \qquad tg\alpha = -1$$

$$9 tg^2\beta - 3 tg\beta + 8 = 0$$

$2{,}2H$



$$t_1 = \frac{1}{2\cos\alpha} = 0{,}5\cos\alpha$$

$$\cancel{-H = 2H\, t \cdot \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}}$$

$$H + 2Ht \cdot \sin\alpha = \frac{gt^2}{2} \qquad H = 2H \cdot \cos\alpha \cdot t_1$$

$$2\cos\alpha \cdot t_1 = 1$$