Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21205398**

ID профиля: **865299**

Вариант 1

из 4)

$$R \cdot \mathcal{E}^2 = P_1 \cdot 4\left(r + \frac{R}{2}\right)^2$$

$$R \cdot \mathcal{E}^2 = P_1 \cdot 4\left(kR + \frac{R}{2}\right)^2$$

$$R\mathcal{E}^2 = P_1 \cdot 4 \cdot R^2\left(k + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$R = \frac{\mathcal{E}^2}{P_1 \cdot 4\left(k + \frac{1}{2}\right)^2}$$

$$R = \frac{12^2}{4 \cdot 20} \cdot \frac{1}{(0{,}5 + 0{,}12)^2} = \frac{144}{80 \cdot (0{,}62)^2} =$$

$$= 4{,}68$$

В первом случае $P_1 = i_1^2 \cdot R \Rightarrow$

$$\Rightarrow i_1 = \sqrt{\frac{P_1}{R}}$$

$$i_1 = \sqrt{\frac{20}{4{,}68}} = 2{,}07 \text{ A}$$

Во втором случае

$$i_2 = \sqrt{\frac{6{,}6}{4{,}68}} = 1{,}19 \text{ A}$$

Чистовик

9

Если внутреннее сопротивление источника осталось таким же, то

$$i = \frac{2 \cdot \mathcal{E}}{2R + r} = 2i_0$$, т.е ток увеличился в 2 раза, мощность в 4 раза.

Если взять 2 источника и соединить их последовательно, то

$$i_3 = \frac{\cancel{2}\, 2\mathcal{E}}{2R + 2r} = \frac{\mathcal{E}}{R + kR} = \frac{12}{4{,}68\,(1 + 0{,}12)} =$$

$$= 2{,}28$$, тогда

$$P_3 = i_3^2 \cdot R = (2{,}28)^2 \cdot 4{,}68 = 24{,}3 \text{ Вт}$$

Чистовик (7)

$2R + r$ и $r + \frac{R}{2}$ больше 0, тогда

$$R\mathcal{E}^2 = P_1 \cdot 4\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 \quad 3)$$

Из 2 уравнения $R\mathcal{E}^2 = P_2 \cdot (2R + r)^2$ 4)

Приравняем 3) и 4)

$$P_1 \cdot 4\left(r + \frac{R}{2}\right)^2 = P_2 (2R + r)^2$$

$$\left(\frac{4P_1}{R_2}\right)^{1/2} = \left(\frac{4 \cdot 20}{6,6}\right)^{1/2} = 3,405$$ пусть

$m = 3,405$, тогда

$$m\left(r + \frac{R}{2}\right) = 2R + r$$

$$(m-1) r = \left(2 - \frac{m}{2}\right) R$$

$$r = \frac{4 - m}{2(m-1)} R$$

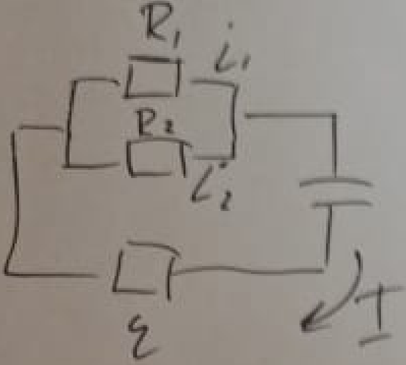
$$r = \frac{4 - 3,41}{2(3,41 - 1)} \cdot R = \frac{0,59}{2 \cdot 2,41} = 0,12R = kR$$

пусть $0,12 = k$

Чистовик (6)

Задача 3.

Пусть R сопротивление лампы, а r - сопротивление источника, а i - ток на лампе, тогда



т.к лампы одинаковые $\Rightarrow$

$\Rightarrow R_1 = R_2 = R$

$i_1 = i_2 = i$

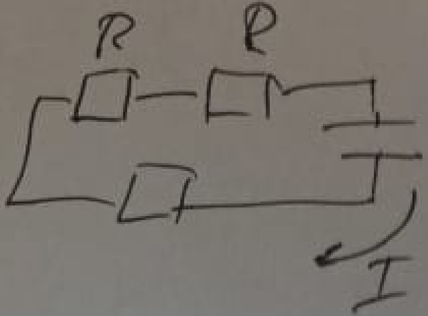
$$I = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{2}}$$

$$i = \frac{I}{2} = \frac{\varepsilon}{\left(r + \frac{R}{2}\right)2}$$

Мощность на лампе равна при параллельном подключении

$$P_1 = i^2 R = R \cdot \varepsilon \cdot \frac{1}{4\left(r + \frac{R}{2}\right)^2} \qquad 1)$$

Рассмотрим последовательное соединение



В таком случае

$$I = i = \frac{\varepsilon}{2R + r} \qquad 2)$$

$$P_2 = R \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{(2R+r)^2}$$

Если поставить гирьку весом M_2, то:

$$S(P_A - P_1) + mg + M_2 g = Mg$$

$$S \cdot \rho \cdot g \cdot h_2 + (m + M_2) g = Mg$$

$$S \rho h_2 = -M - M_2 - m$$

$$h_2 = -\frac{M_2 + m - M}{S \rho} =$$

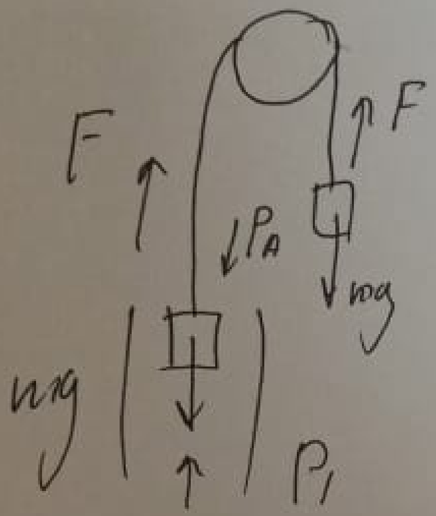
$$= -\frac{0{,}04}{10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = -0{,}05$$

Грузик опустился на отметку -5 сантиметров.

Плотность груза неважна - сверху груза всегда атмосферное давление

Растояние от поверхности минус 5 сантиметров

Чистовик



Вес груза

$F = Mg$

Нить не растянута,

тогда

$S(P_a - P_1) + mg = M$

$S \cdot \rho g h + mg = Mg$

$M = m + S \cdot \rho \cdot H$

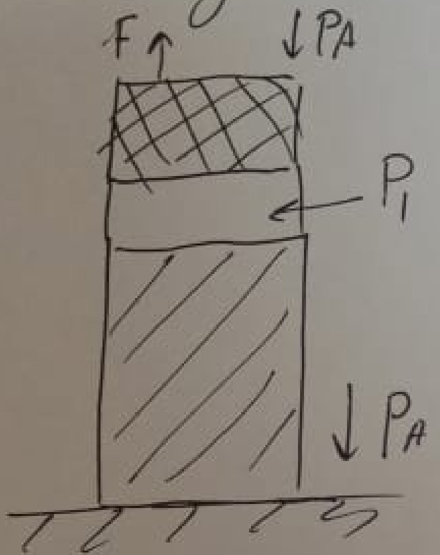
$M = 0{,}05 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{3} \cdot 0{,}1 =$

$= 0{,}05 + 0{,}08 = 0{,}13$ кг

Масса груза $= 130$ г

Чистовик

Задача 2



Давление под поршнем

$P_1 + \rho g H = P_A$

Столб воды удерживает разность давлений

На поршень действуют силы

$$S \cdot (P_A - P_1) + mg - F = 0$$

mg - сила тяжести поршня

$S(P_A - P_1)$ - сила из-за разности давлений сверху и под поршнем, сила направлена вниз.

Давление под грузом

$$P_1 = P_A - \rho g H = 10^5 - 10 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 =$$

$$= 99 \cdot 10^3 \text{ Па} = 9{,}9 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Чистовик

2

Пу~~х~~ть первого мяча

$$L_1 = H_0 + \frac{g\tau^2}{2} = 2g\tau^2 + \frac{g\tau^2}{2} = \frac{5}{2} g\tau^2$$

Путь второго мяча

$$L_2 = V\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 2g\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{3}{2} g\tau^2$$

Отношение путей

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{5}{3}$$

Высота на которой находилая первй мяч

$$h = H_0 - \frac{gt^2}{2}$$ (он падает с высоты H_0)

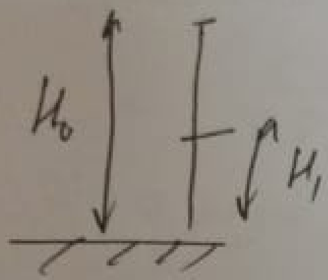
Высота столкновения:

$$h = V\tau - \frac{g\tau}{2} = 2g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{3}{2} g\tau^2$$

Чистовик

1

Задача 1



$$vt-\frac{gt^2}{2}=H_0-\frac{gt^2}{2}$$

Но из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2}=mgH_0$$

$$H_0=\frac{v^2}{2g}$$

$$vt-\frac{gt^2}{2}=\frac{v^2}{2g}-\frac{gt^2}{2}$$

$$vt=\frac{v^2}{2g}$$

$$V=2gt$$

Верхний мяч начинает свое движение со скоростью $V=0$ с высоты H_0.

$$H_0=\frac{v^2}{2g}=\frac{(2g\tau)^2}{2g}=2g\tau^2$$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21205398**

ID профиля: **865299**

Вариант 1

Чистовик (8)

Время заполнения бака

Если определить время на интервал от включения до выключения крана, то

$$t = \frac{\pi H^2 \cdot H}{S_0 \cdot V} = \frac{H^3 \pi}{S_0 \sqrt{\frac{g H}{2}}} = \frac{\sqrt{2}\pi H^{5/2}}{S_0 \sqrt{g}}$$

Площадь основания

$S = \pi R^2 = \pi H^2$

Высота $h = H$

$V_{бака} = S \cdot h = \pi H^2 \cdot H = \pi H^3$

Чистовик (7)

$k\,tg\alpha + 1 = k^2(1 + tg^2\alpha)$, где

$1 \le k \le 3$

разделим на k, $k \neq 0$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{tg\alpha}{k} + \frac{1}{k^2}$$

$$x^2 - \frac{x}{k} + 1 - \frac{1}{k^2} = 0$$

Выделим полный квадрат

$$x^2 - \frac{x}{k} + \frac{1}{4k^2} + 1 - \frac{1}{k^2} - \frac{1}{4k^2} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2k}\right)^2 = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{k^2} - 1$$

Решение $x = \frac{1}{2k} \pm \sqrt{\frac{5}{4k^2} - 1}$

Максимальное $k = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} < 3$

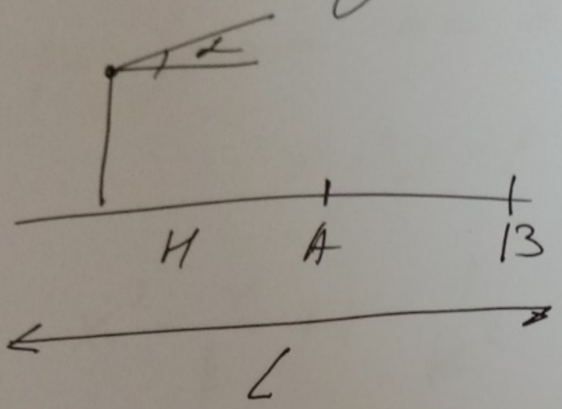
и наибольшая дальность достигается

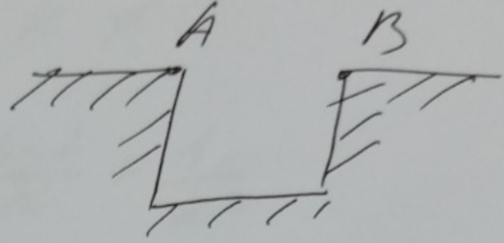
при $x = tg\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Если невозможно попасть струёй за дальние от шланга границы резервуара, значит возможные углы возвышения ограничиваются попаданием в точку A, т.е от $0°$ до $45°$.

Чистовик (6)

Чтобы попасть в бак достаточно попасть в верхний срез бака тогда





$$H \le L \le 3H$$

Не обязательно, что струя достаёт до точки B

Считаем как в первой задаче

$$V \cdot \cos\alpha \cdot t = L \qquad t = \frac{L}{V \cdot \cos\alpha}$$

$$V \cdot \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} = -H$$

$$L \cdot tg\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{V^2 \cdot \cos^2\alpha} = -H$$

$$L \cdot tg\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{L^2}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{2}{gH} = -H$$

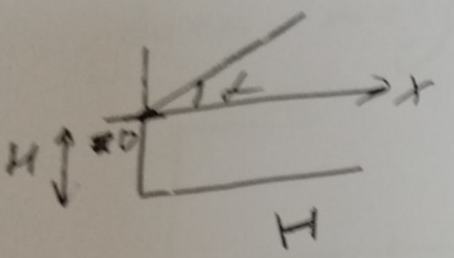
Сделаем замену $k = \frac{L}{H}$, тогда

$$k \cdot tg\alpha - \frac{k^2}{\cos^2\alpha} = -1$$

Чистовик (5)

Задача 5.

Для нахождения ближней точки:



$V\cos\alpha \cdot t = H$

$V\sin\alpha \, t - \frac{gt^2}{2} = -H$

$t = \frac{H}{V\cdot\cos\alpha}$

$$\frac{H}{V\cdot\cos\alpha}\cdot V\cdot\sin\alpha - \frac{gH^2}{2V^2\cdot\cos^2\alpha} = -H$$

$$H\cdot tg\alpha - \frac{gH^2}{2V^2\cdot\cos^2\alpha} = -H$$

по условию $V = \sqrt{\frac{gH}{2}}$, тогда

$$H\cdot(tg\alpha + 1) = \frac{gH^2}{2\cdot\cos^2\alpha}\cdot\frac{2}{gH}$$

Сокращается H и g, тогда

$$tg\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} = (1 + tg^2\alpha)$$

Пусть $tg\alpha = x$, тогда

$$x + 1 = 1 + x^2$$

тогда $x = 0$ $x = 1$

т.е $\alpha = 0$ $\alpha = 45^\circ$

Чистовик

$$= \frac{2H}{g\left(1-\frac{16}{25}\right)} = \frac{2H}{g\cdot\frac{9}{25}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}\cdot\frac{5}{3}$$

Ускорение клина найдем из условия $V_x = \frac{1}{3}v_x = \frac{1}{3}v_y$

Так как $v_y = a_y t$ и соотношение скоростей должно сохраняться всегда ~~...~~, то

$$A_x = \frac{1}{3}a_x = \frac{1}{3}a_y$$

Ранее мы определили, что

$$a_y = \frac{3}{7}g$$

Значит ускорение клина вдоль плоскости ~~...~~ равно (по модулю)

$$A_x = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{7}g = \frac{1}{7}g$$

Чистовик

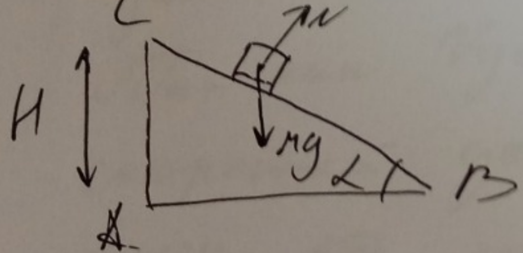
3

Достигнет стола когда

$$\frac{at^2}{2}=H \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2H}{a}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2H}{\frac{3}{7}g}}=\sqrt{\frac{14}{3}\cdot\frac{H}{g}}$$

Если клин неподвижен



1 $AB=\frac{AC}{\sin\alpha}=\frac{H}{\sin\alpha}$

2. ускорение вдоль клина

$$a_{AB}=g\cdot\sin\alpha$$

Время движения вдоль клина с нулевой начальной скоростью

$$\cancel{a_{AB}\,t^2}$$

$$a_{AB}\cdot\frac{t^2}{2}=AB=\frac{H}{\sin\alpha}$$

$$g\cdot\sin\alpha\cdot\frac{t^2}{2}=\frac{H}{\sin\alpha}$$

$$t^2=\frac{2H}{g\cdot\sin^2\alpha}=\frac{2H}{g(1-\cos^2\alpha)}=$$

Чистовик (2)

$$1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{25}{16}$$

$$tg^2\alpha = \frac{9}{16}$$

$tg\,\alpha = \frac{3}{4}$, значит $v_y = v_x$ 5)

Уравнение 2) убираем v_x

$$mg(H-y) = \frac{3m}{2}\cdot\left(\frac{v_x m}{3m}\right)^2 + \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2)$$

$$g(H-y) = \frac{1}{2}\cdot\frac{v_x^2}{3} + \frac{1}{2}v_x^2 + \frac{1}{2}v_y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g(H-y) = \frac{4}{3}\frac{v_y^2}{2} + \frac{v_y^2}{2}$$

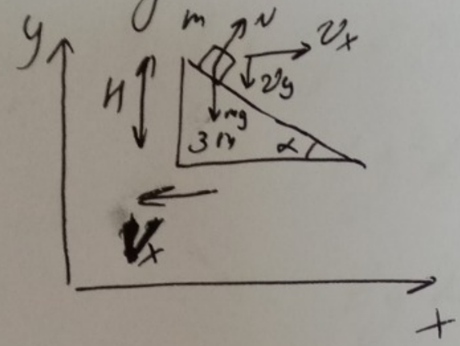
с учётом 5) $g(H-y) = \frac{7}{3}\frac{v_y^2}{2}$

пусть вертикальное ускорение a, тогда $H-y = \frac{at^2}{2}$, где t время движения $v_y = at$, тогда

$$g\left(\frac{at^2}{2}\right) = \frac{7}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(a^2t^2), \text{ откуда}$$

$$a = \frac{3}{7}g$$

Задача 4



Закон сохранения импульса

$$3mV_x = mv_x \quad 1)$$

Закон сохранения энергии

$$mg(H-y) = 3m\frac{V_x^2}{2} + \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2) \quad 2)$$

В системе привязаной к клину

$$\frac{v_y}{v_x} = tg\alpha \quad 3)$$

$$\tilde{V}_x = v_x + V_x \quad 4)$$

Движение равноускорное, так как вопрос о времени, то будем искать v_y.

$$v_y = tg\alpha(v_x + V_x) \quad (\text{из } 3) \text{ и } 4))$$

$$v_y = tg\alpha\left(v_x + \frac{m}{3m}v_x\right) = \qquad V_x = \frac{mv_x}{3m} \text{ из } 1)$$

$$= \frac{4}{3}\,tg\alpha \cdot v_x$$