Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21206149**

ID профиля: **377827**

Вариант 1

Задача 3 Черновик Вариант 09-01

Дано:
$U_0 = 12$ В
$P_1 = 20$ Вт
$P_2 = 6{,}6$ Вт

$I_1 = ?$
$I_2 = ?$
$P_3 = ?$

Распишем мощность, выделяющуюся на лампочках, через другие величины

$P_1 = U_1 I_1$

При параллельном соединении напряжение на каждой лампочке равно U_0.

$P_1 = U_0 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{P_1}{U_0} \approx 1{,}67$ A

$I_1 = \frac{U_0}{R_1}$, где R_1 – сопротивление лампочки при напряжении U_0 и токе I_1

$P_1 = \frac{U_0^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_0^2}{P_1} = 7{,}2$ Ом

Запишем мощность P_2

$P_2 = U_2 I_2$

При последовательном соединении ток во всей цепи постоянен и равен

$I_2 = \frac{U_0}{R_2 + R_2} = \frac{U_0}{2R_2}$, где R_2 – сопротивление при токе I_2 и напряжении U_0

Напряжение U_2 на лампочке равно

$U_2 = R_2 \cdot I_2 = \frac{U_0}{2}$

Отсюда

$P_2 = \frac{U_0^2}{4R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{4P_2}{U_0^2} \approx 5{,}45$ Ом $\Rightarrow I_2 = \frac{U_0}{2\left(\frac{U_0^2}{4P_2}\right)} = \frac{2P_2}{U_0} = 1{,}1$ A

~~Подставим значения~~

$\cancel{\begin{cases} P_1 = \frac{U_0^2}{R_1} \\ P_2 = \frac{U_0^2}{4R_2} \end{cases}}$ ~~поделим уравнения и получим~~ $\cancel{\frac{P_1}{P_2}} =$

~~Допустим, что R_1 не равно R_2. Было ошибочное предположение, что $R_1 = R_2 = R$~~

~~Тогда $\begin{cases} P_1 = \frac{U_0^2}{R} \\ P_2 = \frac{U_0^2}{4R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U_0^2}{R}}{\frac{U_0^2}{4R}} = 4$~~

~~На самом деле $\frac{P_1}{P_2} \neq 4$, значит, $R_1 \neq 2R_2$~~

Очевидно, что при последовательном соединении лампочек и подключении их к источнику с напряжением $2U_0$ напряжение на каждой лампочке будет U_0. R является ~~функцией~~ $f(U_0)$, значит, при U_0 сопротивление всегда будет R_1

$P_3 = \frac{U_0^2}{R_1} = \frac{U_0^2}{\left(\frac{U_0^2}{P_1}\right)} = P_1 = 20$ Вт

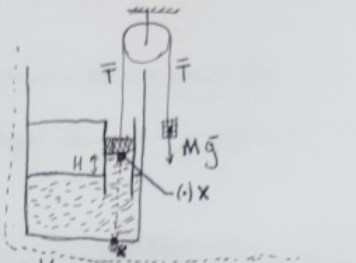
Задача 2

Вариант 09-01

Дано

$S = 8\ см^2$
$m = 50\ г$
$m_2 = 120\ г$
$H = 10\ см$
$p_0 = 100\ кПа$
$\rho = 1000\ кг/м^3$
$g = 10\ м/с^2$

$p_1 = ?;\ M = ?;\ h = ?$



Запишем 2ой закон Ньютона для каждой ~~~~ половинки нити

$$\begin{cases} 0 = \overline{T} + M\overline{g} \\ 0 = \overline{T} + m\overline{g} + \rho\overline{g}V_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = Mg \\ T = mg + \rho g V_1 \end{cases} \Rightarrow T = T \Rightarrow Mg = mg + \rho g V_1 \Rightarrow M = m + \rho V_1 = m + \rho S H$$

~~М~~ 0,05кг $M = 50\ г + 1\ г/см^3 \cdot 10\ см \cdot 8\ см^2 = 130\ г$

$p_1 = p_0 \pm p_в$, где $p_в$ – давление столба жидкости в (.) X, расположенной прямо над поршнем

Т.к. высота столба жидкости выше уровня воды в сосуде, $p_в$ будет со знаком минус

$p_1 = p_0 - p_в = p_0 - \rho g H = 100\ кПа - 1\ г/см^3 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 10\ см = 99\ кПа$

Запишем 2ой закон Ньютона с учетом гири

$$\begin{cases} \overline{T} + M\overline{g} + m_2\overline{g} = 0 \\ \overline{T} + m\overline{g} + \rho\overline{g}V_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M + m_2 = m + \rho V_2 = m + \rho S h$$

Отсюда $h = \dfrac{M + m_2 + m}{\rho S} = \dfrac{2m + m_2}{\rho S} + H$

$h = \dfrac{2 \cdot 50\ г + 120\ г}{1\ г/см^3 \cdot 8\ см^2} + 10\ см = 37{,}5\ см$

Ответы: 1) 99 кПа; 2) 130 г; 3) 37,5 см

Черновик

Вариант 09-01

Задача 1

Дано: τ

$H = ?$
$h = ?$
$\frac{S_1}{S_2} = ?$

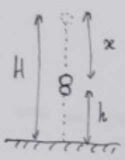
Обозначим начальную скорость первого и второго мячей v_0.

Тогда максимальная высота H будет находиться по формуле

$$mgH = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Введем t_0, где t_0 – время подъема первого мяча на максимальную высоту.

Т.к. скорость первого мяча в наивысшей точке равна нулю, время $t_0 = \frac{v_0}{g}$.



Из рисунка очевидно, что ~~время~~ расстояние, пройденное мячами до столкновения с момента броска второго мяча равно H.

Откуда $\left(v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}\right) + \left(\frac{g\tau^2}{2}\right) = H$

Подставим H из уравнения из начала решения и упростим выр-ние.

$$v_0\tau = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = 2g\tau$$

Тогда $H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(2g\tau)^2}{2g} = 2g\tau^2$

$$h = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} = 2g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{3g\tau^2}{2} = 1,5g\tau^2$$

Очевидно, что путь первого мяча (S_1) равен $H + x = H + (H-h) = 2H - h$; а путь второго равен $h = S_2$.

Тогда $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2H-h}{h} = \frac{2H}{h} - 1 = \frac{4g\tau^2}{1,5g\tau^2} - 1 \approx 1,67$

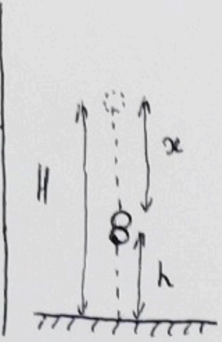
Ответы: 1) $2g\tau^2$; 2) $1,5g\tau^2$; 3) $1,67$

Черновик

Задача 1

Дано
τ

$H = ?$
$h = ?$
$\frac{S_1}{S_2} = ?$



Обозначим начальную скорость мячей v_0.
Тогда через закон сохранения энергии можно найти высоту H.

$$mgH = \frac{mv_0^2}{2} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Из рисунка видно, что расстояние, пройденное до столкновения с момента броска мяча τ, равно $x + h = H$

$$x = \frac{g\tau^2}{2}; \quad h = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2}; \quad H = x + h = v_0\tau - \frac{g\tau^2}{2} + \frac{g\tau^2}{2} = v_0\tau$$

Подставим полученное ранее H: $\frac{v_0^2}{2g} = v_0\tau \Rightarrow v_0 = 2g\tau$

Отсюда $H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4g^2\tau^2}{2g} = 2g\tau^2$; $h = 2g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{3g\tau^2}{2} = 1{,}5g\tau^2$

Путь первого — $S_1 = H + x = H + (H - h) = 2H - h$

Путь второго — $S_2 = h$

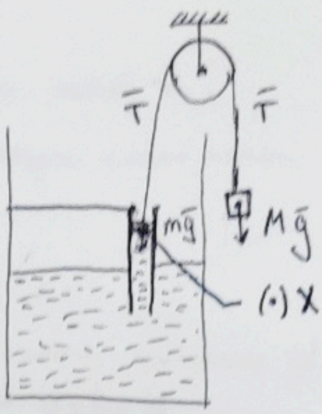
Тогда $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2H - h}{h} = \frac{2H}{h} - 1 = \frac{8g\tau^2}{3g\tau^2} - 1 = \frac{5}{3} \approx 1{,}67$

Ответы: 1) $2g\tau^2$; 2) $1{,}5g\tau^2$; 3) 1,67

Дано
$S = 8\,см^2$
$m = 50\,г$
$m_2 = 120\,г$
$H = 10\,см$
$p_0 = 100\,кПа$
$\rho = 1000\,кг/м^3$
$g = 10\,м/с^2$

$p_1 = ?$
$M = ?$
$h = ?$

Запишем 2ой закон Ньютона



$$\begin{cases} 0 = \bar{T} + M\bar{g} \\ 0 = \bar{T} + m\bar{g} + \rho V_1 \bar{g} \end{cases}$$, где V_1 – объем столбика воды над поверхностью воды в стакане

Отсюда $T = T \Rightarrow Mg = mg + \rho V_1 g$

$V_1 = SH \Rightarrow M = m + \rho SH$

$M = 50\,г + 1\,г/см^3 \cdot 8\,см^2 \cdot 10\,см = 130\,г$

$p_1 = p_0 + p_в$, где $p_в$ – давление столба воды в точке X (см. рис.)

Примем за 0 уровень воды в стакане. Тогда $p_в = -\rho g H$

$p_1 = p_0 - \rho g H = 100\,кПа - 1000\,кг/м^3 \cdot 10\,м/с^2 \cdot 0{,}1\,м = 99\,кПа$

Разница сил давления над поршнем и под ним компенсируется силой натяжения нити.

Запишем 2ой закон Ньютона с грузом m_2.

$$\begin{cases} 0 = \bar{T} + M\bar{g} + m_2\bar{g} \\ 0 = \bar{T} + m\bar{g} + \rho V_2 \bar{g} \end{cases}$$, где V_2 – новый объем столба воды в трубке

$T = T \Rightarrow M + m_2 = m + \rho V_2 = m + \rho S h$

Отсюда $h = \dfrac{M + m_2 - m}{\rho S} = \dfrac{m + m_2 - m}{\rho S} + H = \dfrac{m_2}{\rho S} + H = \dfrac{120\,г}{1\,г/см^3 \cdot 8\,см^2} + 10\,см = 25\,см$

Ответ: 1) 99 кПа; 2) 130 г; 3) 25 см

Задача 3

Дано:
$U_0 = 12$ В
$P_1 = 20$ Вт
$P_2 = 6{,}6$ Вт
$I_1 = ?$
$I_2 = ?$
$P_3 = ?$

Лампа накаливания - нелинейный элемент (в ходе задачи я это докажу). Но сопротивление лампы R является функцией от напряжения между ее концами, т.е. $R = f(U)$. Значит, каждому конкретному значению напряжения соответствует одно значение сопротивления.

При параллельном соединении мощность $P_1 = U_0 I_1$, т.к. напряжение не зависит от траектории, а, значит, на каждой из параллельных одинаковых лампочек равно и равно общему напряжению в цепи.

$I_1 = \frac{U_0}{R_1}$, где R_1 - сопротивление лампочки при напряжении U_0

$$I_1 = \frac{P_1}{U_0} = \frac{20\text{ Вт}}{12\text{ В}} \approx 1{,}67\text{ А}$$

$$I = \frac{U_0}{R_1} \Rightarrow \frac{P_1}{U_0} = \frac{U_0}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_0^2}{P_1} = 7{,}2\text{ Ом}$$

При последовательном соединении $P_2 = U_1 I_2$. При последовательном соединении ток на каждом из элементов равен и равен общему току в цепи.

$I_2 = \frac{U_0}{R_2 + R_2} = \frac{U_0}{2R_2}$, где R_2 - сопротивление при напряжении U_1 (сопротивление одной лампочки при U_1 на ней)

$$U_1 = I_2 R_2 = \frac{U_0}{2} \Rightarrow P_2 = \frac{U_0}{4R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_0^2}{4P_2} \approx 5{,}45\text{ Ом}$$

$R_1 \neq R_2 \Rightarrow$ мы доказали первое утверждение из решения.

$$P_2 = U_1 I_2 = \frac{U_0}{2} I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{2P_2}{U_0} = 1{,}1\text{ А}$$

Как видно из вышесказанного, при последовательном (~~...~~) соединении одинаковых элементов напряжение на каждом из них будет равно половине общего. Значит, при напряжении $2U_0$ на каждой лампочке будет напряжение U_0, а, следовательно, ее (~~...~~) сопротивление - R_1

$$P_3 = \frac{U_0^2}{R_1} = \frac{U_0^2}{\frac{U_0^2}{P_1}} = P_1 = 20\text{ Вт}$$

Ответы: 1) 1,67 А; 2) 1,1 А; 3) 20 Вт

21206149 (U377827 M1281977)

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21206149**

ID профиля: **377827**

Вариант 1

Задачи в черновик

$v_0 \sin\alpha\, t + \frac{gt^2}{2}$

$\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = H$

$\cancel{m} V_0 \cos\alpha\, t = H$

$t = \frac{H \sqrt{2}}{\cos\alpha \sqrt{gH}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{1}{\cos\alpha}$

$\underline{-v_0 \sin\alpha\, t} + \frac{gt^2}{2} = H$

$\sqrt{\frac{gH}{2}}\, tg\alpha \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$-3H\, tg\alpha + \frac{g \cdot H}{2g} \frac{3}{\cos^2\alpha} = H \quad /:H$

$\cancel{1 + tg\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cancel{-} tg\alpha + (1 + tg^2\alpha) = 1$

$tg^2\alpha - tg\alpha = 0$

$tg\alpha = 0$ или $tg\alpha = 1$

$D = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

$\sqrt{D} = \frac{1}{3}\sqrt{5}$

$tg\alpha = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{6}(1+\sqrt{5}$

$mgH + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_k^2}{2}$

$\frac{V_k^2}{m} = \cancel{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2 - 2gt\, v_0 \sin\alpha}}$

$gH + \frac{gH}{4} = \frac{v_0^2 + g^2t^2 - 2gt\, v_0 \sin\alpha}{2}$

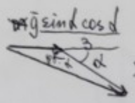
$\frac{5gH}{2} = \frac{gH}{4} + \frac{g^2t^2}{2} - 2gt\sqrt{\frac{2H}{g}}$

$\cancel{g}H = \frac{gt^2}{2} - t\sqrt{\frac{gH}{2g}} \sin\alpha$

Вариант 09-01

Задача 4 (черновик)

$\frac{g \sin\alpha \cos\alpha}{3}$



$g \sin\alpha$

$a_ш = \sqrt{\frac{g^2\sin^2\cos^2\alpha}{3} + g^2\sin^2\alpha + \frac{2g^2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{3}} = \sqrt{g^2\sin^2\alpha(\cos^2\alpha+1)} = g\sin\alpha\sqrt{\cos^2\alpha+1}$

$a_ш = \frac{3\sqrt{41}}{25}g \approx 0{,}3g$

$\frac{16}{25}+1 = \frac{41}{25}$

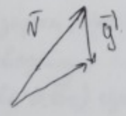
$\frac{3\sqrt{41}}{25} \approx 0{,}77g$

$-\frac{\cos^2\alpha}{3}+1 = 1-\frac{16}{75} = \frac{59}{75} = 5\sqrt{\frac{59}{3}}$

$\frac{3\sqrt{41}}{25}$

$g\sin\alpha\sqrt{1-\frac{\cos^2\alpha}{3}}$

$\sqrt{1-\cos^2\alpha}(1+\cos^2\alpha) = (1-\cos^2\alpha) = \sin^2\alpha$



$\frac{3\sqrt{41}}{125}$

3-

9,623

$H\sqrt{2} = \sqrt{V_0^2 - 2}$

$V_0^2\sin^2\alpha t^2 + V_0^2\cos^2\alpha t^2 + \frac{g^2t^4}{4} - 2gt^3\sin\alpha$

Задача 5 (черновик)

$H = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$2\sqrt{\frac{gH}{g^2}}$

$H = \frac{gt^2}{2} - V_0\sin\alpha t$

$\frac{\sqrt{H}\sqrt{2}}{\sqrt{g}\cos\alpha}$

$t^2 - \sqrt{\frac{2H}{g}}\sin\alpha t - \frac{2H}{g} = 0$

$D = \frac{2H}{g}\sin\alpha + \frac{8H}{g} = \frac{2H}{g}(\sin\alpha+4)$

$\sqrt{\frac{2H}{g}}\cos\alpha$

$2\sqrt{\sin\alpha+4} = \frac{1}{\cos\alpha}$

$t = \frac{\sqrt{\frac{2H}{g}} + \sqrt{\frac{2H}{g}(\sin\alpha+4)}}{2} = \sqrt{\frac{H}{2g}}\sqrt{(\sin\alpha+4)} = \sqrt{\frac{2H}{g}}\frac{1}{\cos\alpha}$

Задача 4. Чистовик

Дано

$\cos\alpha = 4/5$

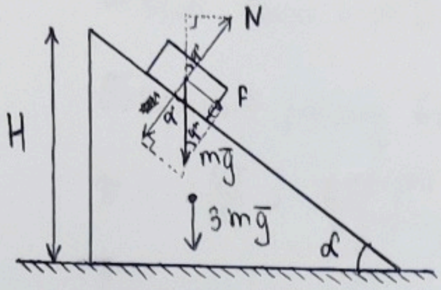
H

m

$\tau = ?$

$a_к = ?$

$t_ш = ?$



Запишем второй закон Ньютона в проекции на наклонную поверхность клина.

$$\begin{cases} m a_0 = mg\sin\alpha \\ 0 = N - mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow a_0 = g\sin\alpha$$

Длина наклонной плоскости $= \dfrac{H}{\sin\alpha} = L$

Тогда $\dfrac{a_0\tau^2}{2} = \dfrac{H}{\sin\alpha} \Rightarrow \tau = \sqrt{\dfrac{2H}{g\sin^2\alpha}} = \sqrt{\dfrac{2H}{g(1-\cos^2\alpha)}} = \dfrac{5}{3}\sqrt{\dfrac{2H}{g}} \approx 2{,}36\sqrt{H/g}$

Шайба действует на клин с силой $\vec F = -\vec N$

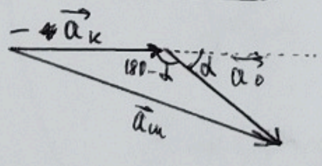
(~~Зкс~~) Отсюда

$$3m\vec a_к = -\vec N \Rightarrow 3ma_к = mg\cos\alpha\sin\alpha$$

$$a_к = \frac{g\cos\alpha\sin\alpha}{3} = \frac{4}{25}g = 0{,}16g$$

Чтобы дать ответ на последний вопрос задачи, нужно скомбинировать движения. Для этого перейдем в систему отсчета, связанную с клином. Тогда полное ускорение бруска — векторная (~~разность~~ сумма $\vec a_к$ и $\vec a_0$) сумма $-\vec a_к$ и $\vec a_0$

$\boxed{\vec a_ш = \vec a_0 + \vec a_к}$. Сложим вектора графически.



Угол между $\bar a_0$ и горизонталью — α. Тогда угол в $\Delta = 180-\alpha$

Согласно теореме косинусов

$$a_ш^2 = a_0^2 + a_к^2 - 2a_0a_к\cos(180-\alpha) \Rightarrow a_ш = g\sin\alpha\sqrt{1-\frac{\cos^2\alpha}{3}}$$

~~$a_ш = g\sin\alpha\sqrt{\cos^2\alpha+1}$ ($g\sin\alpha$) $= \frac{3\sqrt{11}}{25}g \approx 0{,}7\,g$~~

~~Тогда $\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{a_ш t_ш^2}{2} \Rightarrow t_ш = \sqrt{\frac{2H}{g\sin^2\alpha\sqrt{\cos^2\alpha+1}}} \approx 2{,}08\sqrt{H/g}$~~

Ответы: 1) $2{,}36\sqrt{H/g}$; 2) $0{,}16g$; 3) $3{,}34\sqrt{\dfrac{H}{g}}$

$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{a_ш t_ш^2}{2} \Rightarrow t_ш^2 = \frac{2H\sqrt3}{g\sin^2\alpha\sqrt{3-\cos^2\alpha}} \Rightarrow t_ш \approx 3{,}34\sqrt{\frac{H}{g}}$$

21206149 (U377827 M1281978)

Задача 5. Чистовик.

Дано
H, S
$V = \sqrt{0{,}5gH}$
$\tau = ?$
$\alpha = ?$
$? < \beta < ?$

Объем бака $= \pi D \cdot H = 2\pi H^3 = V_б$

Объемный расход воды $= VS = \sqrt{0{,}5gH}\,S = u$

$$\tau = \frac{V_б}{u} = \frac{2\pi H^3 \sqrt{2}}{\sqrt{gH}\,S} = \frac{2\sqrt{2}\,\pi\sqrt{gH^7}}{gHS} = \frac{2\sqrt{2}\,\pi\sqrt{gH^5}}{gS} \approx \frac{2{,}83\pi\sqrt{gH^5}}{gS}$$

Рассмотрим полет капельки воды. Она вылетает из шланга со скоростью $\vec{V}$ и движется равноускорено по параболе с ускорением $\vec{g}$.

~~Время ее полета~~

$$\boxed{\text{В то же время}\quad H = V_0 \cos\alpha\, t \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}}$$

$$H = -V_0 \sin\alpha\, t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow -H + g\,\mathrm{tg}\,\alpha + \frac{H}{\cos^2\alpha} = H \Rightarrow \mathrm{tg}^2\alpha - \mathrm{tg}\,\alpha = 0$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

21206149 (U377827 M1281978)

Задача 5. Чистовик.

Наибольший больший угол – 45°. Для диапазона нужно найти минимальный. Минимальный угол будет тогда, когда вода будет попадать в верхнюю дальнюю точку.

$$\begin{cases} H = -v_0 \sin\beta\, t_1 + \frac{g t_1^2}{2} \\ 3H = v_0 \cos\beta\, t_1 \end{cases}$$

$$t_1 = \frac{3}{\cos\beta}\frac{H}{v_0} = \frac{3}{\cos\beta}\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Подставляем

$$H = -3H\,tg\beta + \frac{9H}{\cos^2\beta} \Rightarrow 1 = (9 + 9tg^2\beta) - 3tg\beta = 3(3 + 3tg^2\beta - tg\beta)$$

$$tg^2\beta - \frac{tg\beta}{3} - \frac{1}{9} = 0$$

$$tg\beta = \frac{1}{6}(1+\sqrt{5}) \approx 0{,}54$$

$$arctg(0{,}54) = \beta \approx 28{,}4°$$

Ответы: 1) $\frac{2{,}83\pi\sqrt{gH5}}{gS}$; 2) 45°; 3) $28{,}4° \leq \varphi \leq 45°$

21206149 (U377827 M1281978)