Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21204077**

ID профиля: **877582**

Вариант 2

Чистовик

Задача №1

~~[illegible]~~

Пусть первый мяч достиг максималь-ной высоты в момент времени t_1, тогда время полёта второго мяча до столкно-вения равно $t_2 = \tau - t_1$. Пусть первый мяч долетел до максимальной высоты h. Начальная скорость мячей пусть равна V_0, тогда

(1) $\frac{V_0^2}{2g} = h = \frac{gt_1^2}{2}$; уравнения движения мячей (первого - сниզу, второго - сверху) с момента времени t_1 до τ

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= h - \frac{gt^2}{2} \\ x_2 &= V_0 t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\}$$ мячи столкнутся, когда $x_1 = x_2$, тогда

$$h - \frac{gt^2}{2} = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow h = V_0 t = V_0(\tau - t_1);$$

из (1) $h = \frac{gt_1^2}{2}$, тогда

$$\frac{gt_1^2}{2} = V_0(\tau - t_1); \quad V_0 = \sqrt{2gh}, \text{ откуда}$$

Т.к. $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, то $h = \sqrt{2gh}\left(\tau - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right) \Rightarrow$

$h = \tau\sqrt{2gh} - 2h \Rightarrow 3h = \tau\sqrt{2gh}$, откуда максимальная высота подъёма первого камня равна $\sqrt{h} = \frac{\tau\sqrt{2g}}{3} \Rightarrow h = \frac{\tau^2 \cdot 2g}{9}$

Начальная скорость камней равна

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \frac{\sqrt{2g\tau^2 \cdot 2g}}{3} = \frac{2g\tau}{3}$$

Время полёта второго мяча до броска равно $t_2 = \tau - t_1 = \tau - \sqrt{\frac{2h}{g}} =$

$$= \tau - \sqrt{\frac{2\tau^2 \cdot 2g}{g \cdot 9}} = \frac{1}{3}\tau$$

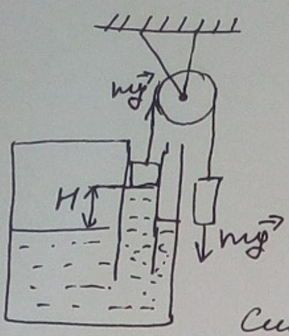
Ответ: максимальная высота подъёма первого камня равна $h = \frac{2}{9} \cdot \tau^2 g$; время полёта 2-го камня равно $\frac{1}{3}\tau$; начальная скорость равна $V_0 = \frac{2}{3} g\tau$

1

21204077 (U877582 M1279673)

Чистовик

Задача №2



$S = 9\,см^2 = 9\cdot10^{-4}\,м^2$; $P_0 = 100\,кПа$

$m = 250\,г = 0{,}25\,кг$ $\quad \rho_0 = 1000\,кг/м^3$

$H = 20\,см = 0{,}2\,м$ $\quad g = 10\,м/с^2$

Найти: массу поршня M, силу давления воды под поршнем P_x;

На поршень действуют силы: сила натяжения нити $T = mg$ (вверх), сила давления воды $F_x = P_x S$ (вверх), сила тяжести поршня Mg (вниз), и ~~сила~~ сила атмосферного давления ($F_0 = P_0 S$) - вниз;

поршень находится в равновесии, тогда

(1) $mg + P_x S = Mg + P_0 S$; (2) $\rho g H + P_x = P_0$,

из ур-е (2) найдём давление непосредственно под поршнем: $P_x = P_0 - \rho g H = 10^5 - 10^4\cdot 0{,}2 = 10^5 - 2\cdot10^3 = 98000\,Па = 98\,кПа$

(1) $\Rightarrow$ $Mg = (P_x - P_0)S + mg$; отсюда найдём массу поршня: $M = \frac{(P_x - P_0)S}{g} + m =$

$= \frac{(98\cdot10^3 - 100\cdot10^3)\cdot 9\cdot10^{-4}}{10} + 0{,}25 = 0{,}25 - 2\cdot10^3\cdot9\cdot10^{-5} =$

$= 0{,}25 - 18\cdot10^{-2} = 0{,}25 - 0{,}18 = 0{,}07\,кг = 70\,г.$

Теперь уменьшим массу поршня в 10 раз:

$M_1 = M\cdot 0{,}1 = 0{,}007\,кг = 7\,г$; тогда из (1):

$mg + P_{x1} S = M_1 g + P_0 S$; т.к. $P_{x1} = P_0 - \rho g H_1$, то

$mg + (P_0 - \rho g H_1)S = M_1 g + P_0 S \Rightarrow M_1 g = mg - \rho g H_1 S$, отсюда найдём высоту от низа поршня до поверхности воды:

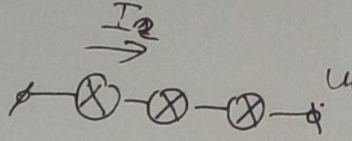
$$H_1 = \frac{mg - M_1 g}{\rho g S} = \frac{m - M_1}{\rho S} = \frac{0{,}25 - 0{,}007}{10^3\cdot9\cdot10^{-4}} =$$

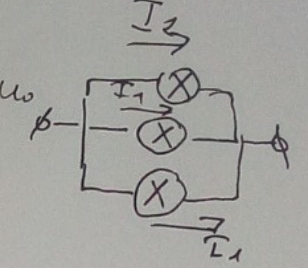
$= 0{,}27\,м = 27\,см.$

Ответ: $P_x = 98\,кПа$, $M = 70\,г$, $H_1 = 27\,см$

Чистовик
Задача №3

$U_0 = 6$ В
$P_1 = 2{,}4$ Вт
$P_2 = 0{,}5$ Вт





1) ток в каждой лампочке при их параллельном подключении равен
$$I_1 = \frac{P_1}{U_0} = \frac{2{,}4}{6} = 0{,}4\text{ А}$$

2) ток в каждой лампочке при их последовательном подключении равен
$$I_2 = \frac{P_2}{U_0/3} = \frac{3P_2}{U_0} = \frac{0{,}5\cdot 3}{6} = 0{,}25\text{ А}$$

~~Будем считать, что сопротивление лампочек постоянно и равно R, тогда~~

Сопротивление лампочек зависит от мощности, выделяемой на них, линейно:
$$R = R_0(1+\alpha T) = R_0\left(1+\alpha\left(\frac{P}{\beta}+T_0\right)\right) = P\cdot k + b;$$
$R_1 = \frac{U_0}{I_1} = \frac{6}{0{,}4} = 15\Omega$; $R_2 = \frac{U_0}{3\cdot I_2} = 8\Omega$, тогда
$R_1 = P_2\cdot k + b$; $R_2 = P_2 k + b \Rightarrow 15 = 2{,}4k + b$ и $8 = 0{,}5k + b$
$$7 = 1{,}9k \Rightarrow k = \frac{70}{19};$$
$$8 = 0{,}5\cdot\frac{70}{19} + b \Rightarrow b = 8 - \frac{35}{19} = \frac{117}{19};$$
теперь уменьшим напряжение ~~на~~ источника в 3 раза и подключим к нему параллельно лампочки, тогда
$$P_3 = \frac{U_0^2}{9R_3} = \frac{U_0^2}{9(k\cdot P_3 + b)} \Rightarrow U_0^2 = 9kP_3^2 + 9bP_3,$$
получим квадратное уравнение:
$$\frac{70}{19}\cdot 9P_3^2 + \frac{117}{19}\cdot 9P_3 - 36 = 0$$
$$70P_3^2 + 117P_3 - 76 = 0$$
$$D = 117^2 + 76\cdot 70\cdot 4 = 34969$$
Найдём $P_3 = \frac{-117+\sqrt{34969}}{2\cdot 70} = \frac{70}{2\cdot 70} = 0{,}5$ Вт.

чистовик

Ответ на 3-ю задачу:

$I_1 = 0,4 A$ - параллельное соединение

$I_2 = 0,25 A$ - последовательное соединение

$P_3 = 0,5 В$ - при уменьшении напряжения источника в 3 раза.

4

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21204077**

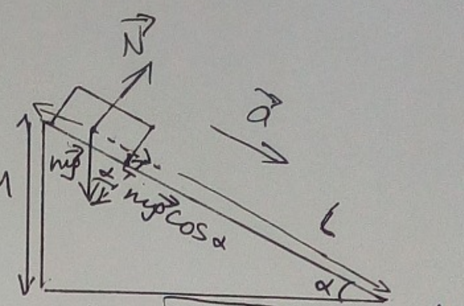
ID профиля: **877582**

Вариант 2

Чистовик

Задача N 4

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$



1) Будем удерживать клин, тогда распишем силы, действующие на шайбу:

$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = 0{,}8 = \frac{4}{5}$

$$\begin{cases} ma = mg\sin\alpha \ (1) \\ N = mg\cos\alpha \end{cases}$$

~~длина клина равна~~

длина поверхности клина равна

$$\frac{H}{\sin\alpha} = \frac{H}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = \frac{H}{\sqrt{1-\frac{9}{25}}} = \frac{H}{\sqrt{\frac{16}{25}}} = \frac{5}{4}H,$$

отсюда из (1) => ускорение шайбы равно $a = g\sin\alpha$, тогда ~~шайба съедет~~ с ~~клина горы~~ $\frac{at_1^2}{2} = L = \frac{5}{4}H \Rightarrow at_1^2 = 2{,}5H$;

Найдём время, через которое шайба съедет с клина: $t_1 = \sqrt{\frac{2{,}5H}{a}} = \sqrt{\frac{2{,}5H}{g\sin\alpha}} =$

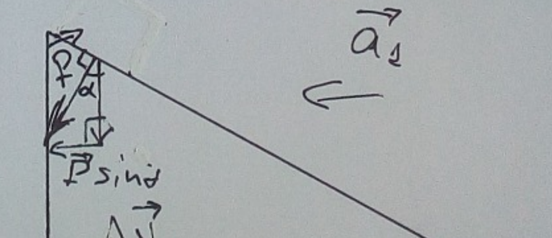
$$= \sqrt{\frac{2{,}5H}{g\cdot\sqrt{1-\cos^2\alpha}}} = \sqrt{\frac{2{,}5H}{\frac{4}{5}g}} = \sqrt{\frac{3{,}125H}{g}} = 2{,}5\sqrt{0{,}5}\cdot\sqrt{\frac{H}{g}}$$

2) Теперь отпустим клин и посмотрим, каким ускорением он будет обладать. На клин действует вес шайбы:

$\vec{N}_1$ – сила реакции стола, действующая на клин.

$|\vec{P}| = |\vec{N}| = mg\cos\alpha$;

Разложим его на проекции и получим по II з-ну Ньютона,



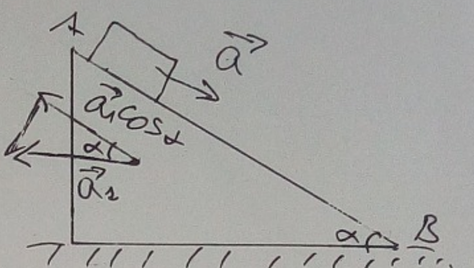
$$\begin{cases} P\sin\alpha = 2ma_1 \ (2) \\ P\cos\alpha = N_1 \end{cases}$$

из (2) получим: $mg\cos\alpha\cdot\sin\alpha = 2ma_1$, откуда найдём ускорение клина:

$$a_1 = \frac{mg\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2m} = g\cdot\frac{\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}}{2} = \frac{6}{25}g,$$ направлено влево.

Чистовик

3) ~~Разложим~~



Спроецируем ускорение клина a_1 на плоскость поверхности клина AB и получим, что проекция равна $a_1\cos\alpha$

Мы знаем, что относительно стола шайба движется с ускорением a вдоль AB. клин вдоль AB движется с ускорением a_1 в противоположную сторону, значит ускорение шайбы относительно клина равно

$$a_2 = a + a_1 = \frac{6}{25}g + g\sin\alpha = \left(\frac{6}{25} + \frac{4}{5}\right)g = \left(\frac{6}{25} + \frac{20}{25}\right)g = \frac{26}{25}g$$

Теперь найдём время, через которое шайба достигнет стола:

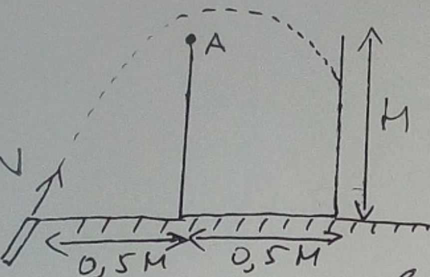
$$\frac{a_2 t_2^2}{2} = L = \frac{5}{4}м \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2,5 м}{a}} = \sqrt{\frac{м\cdot 2,5\cdot 25}{26g}} = 5\sqrt{\frac{2,5}{26}}\cdot\sqrt{\frac{м}{g}} = 25\sqrt{\frac{м}{260g}}$$

Ответ: $t_1 = \sqrt{\frac{3,125 м}{g}} = 2,5\sqrt{\frac{м}{2g}}$;

$a_1 = \frac{6}{25}g$; $t_2 = 25\sqrt{\frac{м}{260g}}$

Чистовик

Задача №5



$V=\sqrt{2{,}5gH}$; $R=0{,}25H$

1) Вода выливается струёй из шланга со скоростью V и летит непрерывно, значит она будет попадать в бочку также со скоростью V, тогда т.к. поперечное сечение струи равно S, то скорость подачи объёма воды в бочку равна $V\cdot S$. Найдём время, за которое бочка полностью наполнится водой:

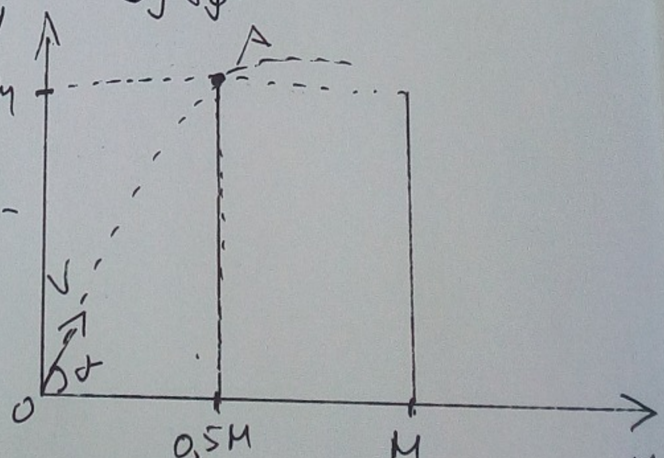
$$t=\frac{\pi R^2 H}{V\cdot S}=\frac{0{,}0625\pi H^3}{VS}=\frac{625}{10000}\cdot\frac{\pi H^3}{SV}=$$

$$=\frac{625}{10000}\cdot\frac{\pi H^3}{S\cdot 2{,}5gH\cdot\sqrt{2{,}5gH}}=\frac{25}{1000}\cdot\frac{\pi H^2}{gS\cdot\sqrt{2{,}5gH}}=$$

$$=\frac{25}{1000\sqrt{2{,}5}}\cdot\frac{\pi H\sqrt{H}}{Sg\sqrt{g}}=\frac{\sqrt{25}}{100\sqrt{250}}\cdot\frac{\pi H\sqrt{H}}{Sg\sqrt{g}}=$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{250}}\cdot\frac{\pi H\sqrt{H}}{Sg\sqrt{g}}=\frac{1}{20\sqrt{10}}\cdot\frac{\pi H\sqrt{H}}{Sg\sqrt{g}}$$

2) Введём в нашей системе координатные оси x и y;



Запишем в них уравнение движения струи:

$$\begin{cases} x=V\cos\alpha\, t \\ y=V\sin\alpha\, t-\frac{gt^2}{2}\end{cases}$$

$t=\frac{x}{V\cos\alpha}$, тогда

$$y=V\sin\alpha\cdot\frac{x}{V\cos\alpha}-\frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{V^2\cos^2\alpha}$$

$$y=\operatorname{tg}\alpha\cdot x-\frac{g}{2V^2\cos^2\alpha}\cdot x^2$$

Чистовик

$1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, отсюда

$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}$, тогда

(1) $y = x\,tg\alpha - \frac{gx^2(1+tg^2\alpha)}{2V^2}$, теперь подставим вместо x и y координаты точки A, куда необходимо попасть струей ($x = 0{,}5M$ и $y = M$), тогда

$$M = 0{,}5M\,tg\alpha - \frac{0{,}25M^2(1+tg^2\alpha)g}{2V^2}$$

$$8 = 4\,tg\alpha - M\frac{(1+tg^2\alpha)g}{V^2}$$

$$8V^2 = 4V^2 tg\alpha - gM - Mg\,tg^2\alpha$$

$gM\,tg^2\alpha - 4V^2 tg\alpha + (gM+8V^2) = 0$ — решим квадр. ур-е:

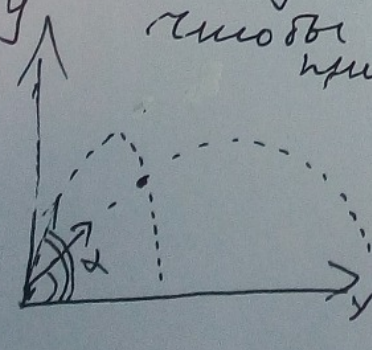
$D = 16V^4 - 4(gM+8V^2)gM =$
$= 16V^4 - 4g^2M^2 - 32V^2gM$, подставим $V = \sqrt{2{,}5gM}$

$D = (16\cdot 2{,}5^2 - 4 - 32\cdot 2{,}5)g^2M^2 =$
$= (100-4-80)g^2M^2 = 16g^2M^2$; теперь найдем тангенс угла:

$$tg\alpha = \frac{4V^2 \pm 4gM}{2gM} = \frac{5gM \pm 2gM}{gM} = 5 \pm 2,$$

то есть тангенс угла равен $tg\alpha = 7$ или $tg\alpha = 3$.

3) В прошлом пункте мы получили 2 значения для тангенса угла, под которым может лететь струя, чтобы попасть в т. A: $tg\alpha = 7$ и $tg\alpha = 3$, причём $tg\alpha = 7$ соответствует ситуации, когда струя достигнет т. A, уже пройдя точку максимального подъёма, а $tg\alpha = 3$ — соответствует ситуации, когда струя ещё не достигла максимальной высоты.



4

Чистовик

Таким образом, если $tg\alpha > 7$, то струя не попадёт в бочку. Теперь найдём минимально возможный угол, при котором струя попадёт в бочку - этот угол соответствует углу, при котором струя попадёт в верхнюю правую точку бочки с координатами $(H; H)$, подставим эти значения в наше уравнение движения струи (1):

$$H = H\,tg\alpha - \frac{gH^2(1+tg^2\alpha)}{2v^2} \Rightarrow 1 = tg\alpha - \frac{gH(1+tg^2\alpha)}{2v^2}$$

$$2v^2 = 2v^2 tg\alpha - gH - gH\,tg^2\alpha \Rightarrow gH\,tg^2\alpha - 2v^2 tg\alpha + (gH+2v^2) = 0$$

$$gH\,tg^2\alpha - 2v^2 tg\alpha + (gH+2v^2) = 0$$

$$D = 4v^4 - 4g^2H^2 - 8g^2H^2 =$$

$$= (25-4-8)g^2H^2 = 13g^2H^2$$

$$tg\alpha = \frac{2v^2 \pm \sqrt{13}gH}{2gH} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2},$$

то есть $tg\alpha = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$ или $tg\alpha = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$. Интересует больший из корней уравнения, т.к. при меньшем корне струя ~~далее~~ врезается в левую стенку бочки. То есть, чтобы струя попала в бочку, тангенс угла её начального наклона к горизонту должен ~~удовлетворять~~ неравенству:

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2} < tg\alpha < 7$$

Ответ: Время, через которое бочка наполнится, равно $t = \frac{1}{20\sqrt{10}} \cdot \frac{\pi H\sqrt{H}}{5g\sqrt{g}}$; чтобы попасть в т. A, необходимо чтобы $tg\alpha = 3$ или $tg\alpha = 7$; чтобы попасть в бочку, необходимо чтобы

$$\frac{5+\sqrt{13}}{2} < tg\alpha < 7$$

5