Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21205495**

ID профиля: **831151**

Вариант 3

№1

$M = 0{,}45$ кг

$\rho_0 = 1000$ кг/м³

$\rho = 900$ кг/м³

$t_0 = 0°C$ (тепл. равн.)

1) $V_{надв}$ - ?

m; $t_1 = 30°C$

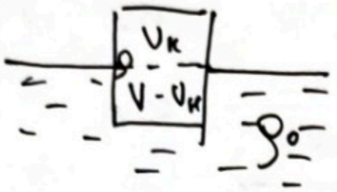
$V_1 = 25$ см³

2) m - ?

$\lambda = 3{,}36 \cdot 10^5 \ \frac{Дж}{кг}$

$c = 4{,}2 \cdot 10^3 \ \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

Решение:



$V_н$ - объём надводной части льда

V - весь объём льда

$M_л$ - масса льда

II закон Ньютона для льдины

$M_л g = \rho_0 (V - V_н) g$

$\frac{M_л}{\rho_0} = \frac{M_л}{\rho} - V_н$

$\boxed{V_н = M_л \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \rho}}$

1) $V_{надв} = M \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \rho}$ (1)

$V_{надв} = 0{,}45 \frac{100}{1000 \cdot 900} = 50$ см³

$\boxed{\text{Ответ 1: } V_{надв} = 50 \text{ см}^3}$

2) После установления теплового баланса состояние воды, которая была в сосуде изначально, не изменилось. ($t = 0°C = t_0$, т. к. в сосуде остался лёд) Значит теплообмен ~~был~~ проходил между куском льда и долитой водой. Запишем УТБ:

$m \cdot (t_1 - 0°C) \cdot c = \lambda M_{раст}$ (2)

$M_{раст}$ - масса растаявшего льда

m - масса долитой воды

$M_{раст} = M_{нач} - M_{кон} = M - \frac{\rho_0 \rho}{\rho_0 - \rho} V_1$ (3)

$M_л = \frac{\rho_0 \rho}{\rho_0 - \rho} V_{надв}$ (1)

заметим, что $V_н - V_1 = 25$ см³ $= V_1 = V_н'$

$V_н'$ - объём надводной части во втором случае

(3), (2): $m = \frac{\lambda \left(M - \frac{\rho_0 \rho}{\rho_0 - \rho} V_1\right)}{c \, t_1}$

$m = \frac{3{,}36 \cdot 10^5 \cdot \left(0{,}45 - \frac{1000 \cdot 900}{100} \cdot 25 \cdot 10^{-6}\right)}{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 30}$ кг $= \frac{33{,}6 \cdot 0{,}225}{4{,}2 \cdot 3}$ кг $= 0{,}6$ кг

$\boxed{\text{Ответ 2: } m = 0{,}6 \text{ кг}}$

21205495 (U831151 M1283482)

№2

Дано:

$V_0 = 10$ м/с
$a = 2$ м/с²
$S = 12$ м
$g = 10$ м/с²

1) L – ?
2) μ – ?
3) T – ?
4) ϑ_{max} – ?

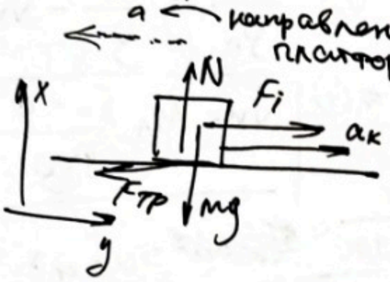
Решение:

1) ~~Возд~~ По закону равноуск. движения:

$$L = \frac{\vartheta_0^2 - 0}{2a} = \frac{100}{2 \cdot 2} = 25\text{ м}$$

$\boxed{\text{Ответ 1: } L = 25\text{ м}}$

2) Перейдём в НеИСО платформы



II з-н Ньютона для коробки

OX: $N = mg$

Oy: $a_к m = F_i - \mu N$

$a_к m = ma - \mu mg \geq 0$

если $a_к < 0$, то $F_{тр} > F_i$, чего быть не может

Таким образом до полной остановки платформы коробка проходит расстояние:

$$S_1 = \frac{a_к \tau_{ост}^2}{2} = \frac{(a - \mu g)\tau_{ост}^2}{2}$$

и приобретает скорость:

$$\vartheta_{кон} = a_к \tau_{ост} = (a - \mu g)\tau_{ост}$$

В СО земли скорость будет такая же, т.к. ~~платформа~~ скорость платформы к моменту остановки равна нулю

Рассмотрим время остановки платформы:

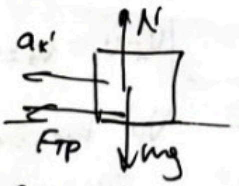
$$\vartheta_0 = a\tau_{ост}$$

$$\tau_{ост} = \frac{\vartheta_0}{a} = 5\text{с}$$

После остановки платформы коробка тормозит под действием силы трения

$F_{тр} = ma_к'$

$\mu mg = ma_к'$



$$S_2 = \frac{\vartheta_{кон}^2 - 0}{2a_к'} = \frac{(a - \mu g)^2 \tau_{ост}^2}{2\mu g}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{(a - \mu g)\tau_{ост}^2}{2} + \frac{(a - \mu g)^2 \tau_{ост}^2}{2\mu g}$$

$$2\mu g S = (a - \mu g)\tau_{ост}^2 (a - \mu g + \mu g)$$

$$2\mu g S + \tau_{ост}^2 \cdot a\mu g = a^2 \tau_{ост}^2$$

$$\mu g (2S + \tau_{ост}^2 a) = a^2 \tau_{ост}^2$$

$$\mu g = \frac{\vartheta_0^2}{2S + \frac{\vartheta_0^2}{a}} \Rightarrow \mu = \frac{100}{10(24 + 50)} \approx 0{,}14$$

$\boxed{\text{Ответ 2: } \mu = 0{,}14}$

3) Относительно платформы коробка будет ускоряться до тех пор, пока на неё будет действовать сила инерции, т.е. время $\tau_{ост}=5c$

$\boxed{\text{Ответ 3: } \tau_{ост}=5c}$

4) Максимальная скорость будет достигнута в момент смены знака ускорения, т.е. в момент остановки; скорость в этот момент

$\vartheta_{кон} = (a-\mu g)\tau_{ост}$

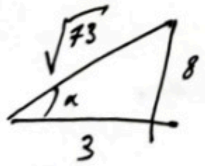
$\vartheta_{кон} = (2-0,14\cdot 10)\cdot 5 \approx 3 м/с$

$\boxed{\text{Ответ 4: } \vartheta_{max} = 3 м/с}$

№3

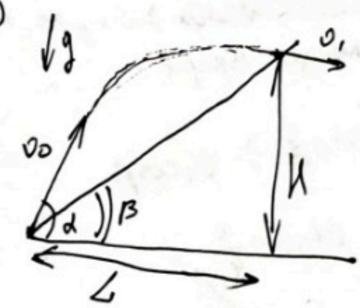
Дано:
$g = 10 м/с^2$
$\vartheta_0 = 12 м/с$
$tg\alpha = \frac{8}{3}$

1) H - ?
2) $tg\beta$ - ?
3) T - ?
4) $\mu_{крит}$ - ?



Решение:

1)



Под действием силы тяжести изменяется только вертикальная составляющая силы с начального своего значения до нуля (по условию перед столкновением мешочек движется горизонтально)

По закону равноуск. движ.:

$$H = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{12^2\cdot\frac{64}{73}}{2\cdot 10} м = \frac{12^2\cdot 64}{73\cdot 2\cdot 10} м \approx 6,3 м \quad (1)$$

$\boxed{\text{Ответ 1: } H = 6,3 м}$

2)

$$tg\beta = \frac{H}{L} \quad (2)$$

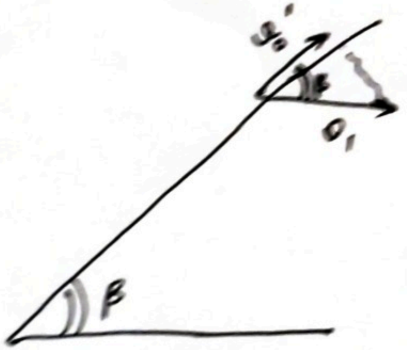
$$L = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \quad (3)$$

$$L = \frac{\vartheta_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$$

$$tg\beta = \frac{\cancel{\vartheta_0^2}\sin^{\cancel{2}}\alpha\cdot\cancel{g}}{2\cancel{g}\cdot\cancel{\vartheta_0^2}\cancel{\sin}\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{2}tg\alpha = \frac{4}{3}$$

$\boxed{\text{Ответ 2: } tg\beta = \frac{4}{3}}$

3) Т.к. сила трения отсутствует, составляющая скорости вдоль плоскости остаётся после удара прежней



$\vartheta_1 = \vartheta_0\cos\alpha$

$\vartheta_0' = \vartheta_1\cos\beta = \vartheta_0\cos\alpha\cos\beta$

II з-н Ньютона для мячика:

$mg\sin\beta = ma$

$a = g\sin\beta$

T – время до остановки:

$$T = \frac{\vartheta_0'}{a} = \frac{\vartheta_0\cos\alpha\cos\beta}{g\sin\beta} =$$

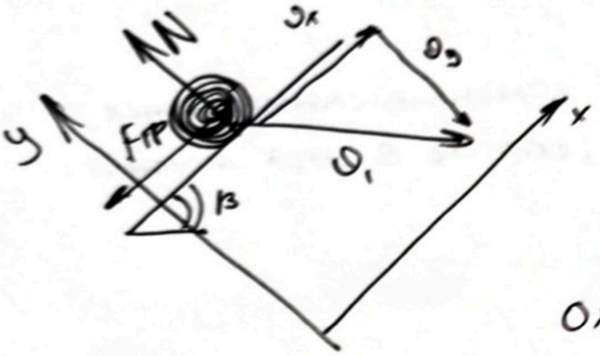
$$= \frac{\vartheta_0\cos\alpha}{g\,tg\beta}$$

$$T = \frac{12\cdot\frac{3}{\sqrt{73}}}{10\cdot\frac{4}{3}} = \frac{12\cdot 9\text{ с}}{40\sqrt{73}} = \frac{12\cdot 9\sqrt{73}}{40\cdot 73}\text{ с} \approx 0{,}3\text{ с}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } T = 0{,}3\text{ с}}$$

21205495 (U831151 M1283482)

4) Если плоскость будет шероховатая, то сила трения при ударе не будет гасить часть проекции скорости на ось ox



$\vartheta_x = \vartheta_1\cos\beta = \vartheta_0\cos\alpha\cos\beta$ (1)

$\vartheta_y = \vartheta_1 \sin\beta = \vartheta_0\cos\alpha\sin\beta$ (2)

Запишем з-н изменения импульса для удара:

$mgt \ll \int N dt$, т.к. время t - очень маленькое

OX: $m\Delta\vartheta_x = \mu\int N dt$ (3)

Oy: $m\vartheta_y = \int N dt$ (4)

Также запишем II з-н Ньютона, чтобы убедиться, что мешок не поедет вниз под действием Fтяжести

$mg\cos\beta\,\mu \geq mg\sin\beta$

$\mu \geq tg\beta = \frac{4}{3}$

$\frac{(3)}{(4)}$ $m\Delta\vartheta_x = \mu m\vartheta_y$

$\Delta\vartheta_x = \mu\vartheta_1\sin\beta$

Если $\Delta\vartheta_x \geq \vartheta_x$, то мешок не поедет вверх:

$\mu\vartheta_1\sin\beta \geq \vartheta_1\cos\beta$

$\mu \geq ctg\beta = \frac{3}{4}$

В итоге получаем:

мешок не будет двигаться ни вниз, ни вверх при $\mu \geq \frac{4}{3}$

$\boxed{\text{Ответ 4: } \mu \geq \frac{4}{3}}$

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21205495**

ID профиля: **831151**

Вариант 3

№5

Дано:

$U = 6$ В

$P = 1$ Вт

1) R - ?

R_1 такое, что $P_{R_1 max}$

2) R_1 - ?

3) P_{max} - ?

Решение:

1)

$$P = \frac{U}{R_0^2} = \frac{U}{(2R)^2} = \frac{U}{4R^2}$$

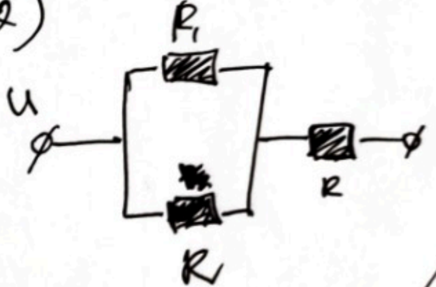
$$4R^2 = \frac{U}{P}$$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{U}{P}}$$

$$R = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\ \Omega \approx 1{,}2\ \Omega$$

$\boxed{\text{Ответ 1: } R = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}2\ \Omega}$

2)



$$U_{R} = \frac{\frac{R_1R}{R_1+R}}{\frac{R_1R}{R_1+R}+R}\cdot U = \frac{R_1R}{2R_1R+R^2}U$$

~~$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1^2} = \frac{R_1 R U}{(2R_1+R)R\,R_1^2} = \frac{U R_1}{(2R_1+R)R_1^2}$~~

~~$P_{R_1 max}$ при $(2R_1+R)R_1$ min~~

~~$f(R_1) = (2R_1+R)R_1$ — парабола ветвями вверх с минимумом в точке вершины~~

~~$P_{max} = P(0) = \infty$~~

~~Ответ: $R_1 \to 0$~~

~~$P_R(R_1)' = \frac{U}{R^2}\cdot\frac{2R_1+R-2R_1}{(2R_1+R)^2} = \frac{U}{R(2R_1+R)^2} > 0$~~

$$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1^2} = \frac{U}{(2R_1+R)R_1}$$

$\boxed{\text{При } R_1 \to 0 \quad P_{R_1} \to +\infty}$

№4

лист 1 из 4

Дано:

$R_з = 6400$ км

$R_1 = 2R_з$

$g = 10$ м/с²

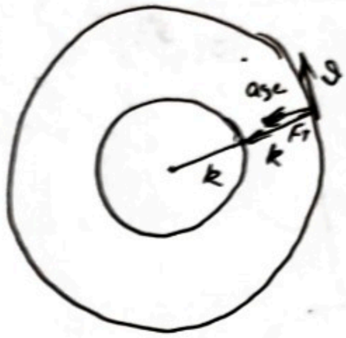
1) T – ?

2) $\vartheta_{отн\,max}$, T_1 – ?

3) $\vartheta_{отн\,max}$ – ?

Решение:

1)



II з-н Ньютона для тела, наход. на земле

$$\frac{M m G}{R^2} = mg$$

$$MG = gR^2 \quad (1)$$

II з-н. Ньютона для спутника:

$$\begin{cases} \dfrac{M m G}{4R^2} = m\dfrac{\vartheta^2}{2R} \quad (2) \\ (1);(3) \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 2R}{\vartheta}$$

$$\vartheta = \frac{4\pi R}{T} \quad (3)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{gR^2}{4R^2} = \frac{\left(\frac{4\pi R}{T}\right)^2}{2R}$$

$$2gRT^2 = 64\pi^2R^2$$

$$T = \sqrt{\frac{32\pi^2 R}{g}} \Rightarrow T \approx 3{,}95\text{ ч}$$

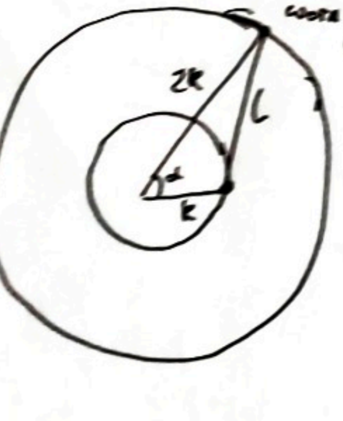
$$\boxed{\text{Ответ 1: } T = 3{,}95\text{ ч}}$$

2)

$$\omega_{спутника} = \frac{2\pi}{T} \qquad T_з = 24\text{ ч}$$

$$\omega_{наблюдателя} = \frac{2\pi}{T_з}$$

$$\omega_{отн} = \omega_{спутника} - \omega_{наблюдателя} = 2\pi\frac{T_з - T}{T_з T} \approx 1{,}328\text{ рад/ч}$$



СО наблюдателя:

$$\begin{cases} \alpha = \omega_{отн} \cdot t \\ l^2 = 5R^2 - R^2 \cdot 2\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow l^2 = R^2(5 - 2\cos(\omega_{отн} t))$$

~~т.к. $l \geq R$ можем взять производную $(l^2)'$ и не потеряем ответ.~~

~~$(l^2)' = 2R^2 \cdot \sin(\omega_{отн} \cdot t) = 2R^2 \sin(\omega_{отн} t)\omega_{отн}$~~

~~$(l^2)' = 0 \quad \sin(\omega_{отн} t) = 0$~~

~~$(l^2)'$ max при $\sin(\omega_{отн} \cdot t) = 1$~~

лист 1 из 4

№4

Дано:

$R = 6400$ км

$R_1 = 2R$

$g = 10$ м/с²

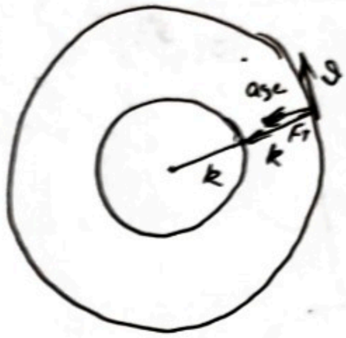
1) T – ?

2) $\vartheta_{отн\,max}$, T_1 – ?

3) $\vartheta_{отн\,max}$ – ?

Решение:

1)



II з-н Ньютона для тела, наход. на земле

$$\frac{Mm G}{R^2} = mg$$

$$MG = gR^2 \quad (1)$$

II з-н. Ньютона для спутника:

$$T = \frac{2\pi \cdot 2R}{\vartheta}$$

$$\vartheta = \frac{4\pi R}{T} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dfrac{MmG}{4R^2} = m\dfrac{\vartheta^2}{2R} \quad (2) \\ (1);(3) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{gR^2}{4R^2} = \frac{\left(\frac{4\pi R}{T}\right)^2}{2R}$$

$$2gRT^2 = 64\pi^2R^2$$

$$T = \sqrt{\frac{32\pi^2 R}{g}} \Rightarrow T \approx 3{,}95 \text{ ч}$$

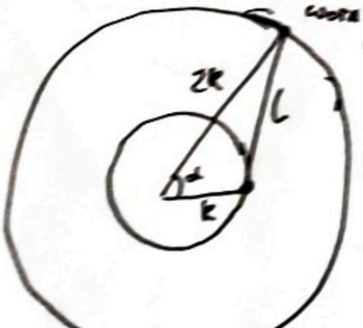
$$\boxed{\text{Ответ 1: } T = 3{,}95 \text{ ч}}$$

2)

$$\omega_{спутника} = \frac{2\pi}{T} \qquad T_з = 24 \text{ ч}$$

$$\omega_{наблюдателя} = \frac{2\pi}{T_з}$$

$$\omega_{отн} = \omega_{спутника} - \omega_{наблюдателя} = 2\pi\frac{T_з - T}{T_з T} \approx 1{,}328 \text{ рад/ч}$$



СО наблюдателя:

$$\alpha = \omega_{отн} \cdot t$$

$$\left.\begin{aligned} &l^2 = 5R^2 - R^2 \cdot 2\cos\alpha \\ &\text{от} \end{aligned}\right\} \Rightarrow l^2 = R^2(5 - 2\cos(\omega_{отн} t))$$

~~Т.к. $l > 0$ можем взять производную $l^2(t)$ и не потеряем ответ.~~

~~$(l^2(t))' = 2R^2 \cdot \sin(\omega_{отн} \cdot t) = 2R^2 \sin(\omega_{отн} t)\,\omega_{отн}$~~

~~$(l^2(t))' = 0 \quad \sin(\omega_{отн} t) = 0$~~

~~$l^2(t)$ max при $\sin(\omega_{отн} \cdot t) = 1$~~

$$l'(t) = \frac{R^2 \sin(\omega_{отн} t)\,\omega_{отн}}{\sqrt{R^2(5-2\cos(\omega_{отн} t))}}$$

$\sin(\omega_{отн} t)$

$$l''(t) = R^2\omega_{отн}\cdot\frac{(\cos(\omega_{отн} t)\,\omega_{отн})\cdot\sqrt{\ldots} - \dfrac{(R^2\sin(\omega_{отн} t)\,\omega_{отн})\cdot}{\sqrt{R^2(5-2\cos(\omega_{отн} t))}}}{R^2(5-2\cos(\omega_{отн} t))} =$$

$$= -R^2\omega_{отн}^2\,\frac{(\cos(\omega_{отн} t) + R^2\sin(\omega_{отн} t))(\cancel{R^2\sin(\omega_{отн} t)\,\omega_{отн}})}{(R^2\ldots)\sqrt{\ldots}} =$$

$$= -\frac{R^2\omega_{отн}^2(\cos(\omega_{отн} t) + \sin(\omega_{отн} t))}{\sqrt{\ldots}}$$

$l''(t) = 0$ при $\cos(\omega_{отн} t) + \sin(\omega_{отн} t) = 0$

$tg(\omega_{отн} t) = -1$

$\omega_{отн} t = \frac{3}{4}\pi$