Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21206125**

ID профиля: **354077**

Вариант 3

$M = 0{,}45$ кг ; $t_1 = 30°C$

$\rho_0 = 10^3 \frac{кг}{м^3}$

$\rho_л = 0{,}9 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

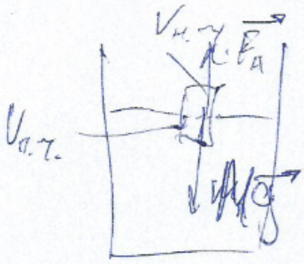
$\lambda = 3{,}36 \cdot 10^5 \frac{Дж}{кг}$

$c = 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

$V_1 = 25 см^3$

1) $V_{н.ч.}$ – ?

2) m – ?



$V = V_{н.ч.} + V_{п.ч.}$

Условие плавания льда:

$Mg = F_a$

$Mg = \rho_0 g \cdot V_{п.ч.} = \rho_0 g (V - V_{н.ч})$

1) $V_{н.ч.} = V - \frac{M}{\rho_0} = \frac{M}{\rho_л} - \frac{M}{\rho_0} = M \frac{\rho_0 - \rho_л}{\rho_0 \cdot \rho_л} = 5 \cdot 10^{-5} м^3 = 50 см^3$

2) Ур. теплового баланса:

$c \cdot m \cdot (0 - t_1) + \lambda \cdot m_{р.л} = 0$ Пусть растаял лёд массой $m_{р.л.}$

$m = \frac{\lambda \cdot m_{р.л}}{c t_1}$

$(M - m_{р.л}) g = \rho_0 g (V' - V_{н.ч.} + V_1)$, где $V' = \frac{M - m_{р.л}}{\rho_1}$

~~$m_{р.л} = M - \rho_0 (V' - V_{н.ч.} + V_1) = M - \rho_0 \left(\frac{M - m_{р.л}}{\rho_1} - V_{н.ч.} + V_1\right) =$~~

$M - m_{р.л} = \rho_0 \frac{M}{\rho_1} - \frac{\rho_0 m_{р.л}}{\rho_1} - \rho_0 V_{н.ч.} + \rho_0 V_1$

$m_{р.л} \left(\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1}\right) = \rho_0 \frac{M}{\rho_1} - \rho_0 V_{н.ч.} + \rho_0 V_1 - M$

$m_{р.л} = \frac{\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1} M - \rho_0 (V_{н.ч} - V_1)}{\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1}} = 225 г \Rightarrow m = \frac{\lambda \cdot m_{р.л}}{c \cdot t_1} = 0{,}6 кг$

Ответ: $V_{н.ч} = 50 см^3$

$m = 0{,}6 кг$

21206125 (U354077 M1280801)

$v_0 = 10 \frac{м}{с}$

$a = 2 \frac{м}{с^2}$

$S = 12 м$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

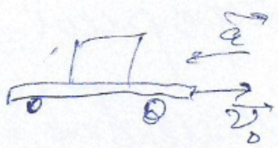
---

1) L - ?

2) μ - ?

3) T - ?

4) U_{max} - ?



1) $\left.\begin{aligned} L &= v_0 t_1 - \frac{a t_1^2}{2} \\ t_1 &= \frac{v_0}{a} \end{aligned}\right\} \Rightarrow L = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a} = 25 м$

2) В НеИСО, связанной с платформой коробка сначала двигалась равноускоренно в направлении движения платформы в СО Земли, движение происходило за счёт фиктивной силы инерции $-m\vec{a}$, после остановки платформы коробка начала снижать скорость, так как пропала сила инерции.

$ma_1' = ma - \mu m g \Rightarrow a_1' = a - \mu g$

$ma_2' = \mu m g \Rightarrow a_2' = \mu g$

За время своего разгона коробка приобрела скорость $v' = (a - \mu g) \cdot t_1 = (a - \mu g)\frac{v_0}{a}$

$$S = \frac{(a - \mu g)\left(\frac{v_0}{a}\right)^2}{2} + \frac{(a - \mu g)^2 \left(\frac{v_0}{a}\right)^2}{2\mu g} \Rightarrow 2\mu g S = \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 \left(a\mu g - \mu^2 g^2 + a^2 - 2\mu g a + \mu^2 g^2\right)$$

$$2\mu g S = \left(\frac{v_0}{a}\right)^2 \left(a^2 - \mu g a\right)$$

$$2\mu g S = v_0^2 - \frac{\mu g v_0^2}{a}$$

$$\mu g\left(2S - \frac{v_0^2}{a}\right) = v_0^2$$

21206125 (U354077 M1280801)

$$\mu = \frac{v_0^2}{2gS - \frac{v_0^2 g}{a}} \approx 0,17$$

3) Скорость коробки в СО платформы увеличивалась до момента остановки платформы $T = t_т = \frac{v_0}{a} = 5с$

4) u_{max} = Скорость коробки максимальна в СО платформы в момент остановки платформы и равна:

$$v' = u_{max} = (a - \mu g)\frac{v_0}{a} = 3\frac{м}{с}$$

Ответ: $L = 25м$

$\mu = 0,14$

$T = 5с$

$u_{max} = 3\frac{м}{с}$

$v_0 = 12\,\frac{м}{с}$

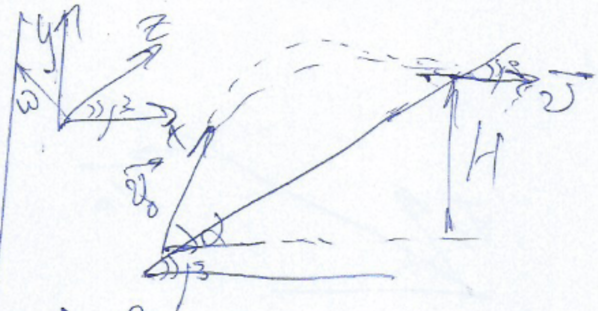
$tg\,\alpha = \frac{8}{3}$

1) H - ?

2) $tg\beta$ - ?

3) T - ?

4) μ - ?



1) Заметим, что мешок двигается по параболе и в момент падения на плоскость его скорость горизонтальна => мешок находится в вершине параболы, его вертикальная скорость равна 0.

$H(t) = v_0 \cdot \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$; t в момент падения на плоскость равно $\frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{g} - \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$$

Известно, что $\sin^2\alpha = \frac{tg^2\alpha}{1 + tg^2\alpha}$ => $\sin^2\alpha = \frac{64}{73}$

$\Downarrow$

$H \approx 6{,}3$м

2) За время ~~...~~ подъема $\frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ мешок прошел расстояние $S = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$ по оси x:

$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \cancel{...}$

$$tg\beta = \frac{H}{S} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha \cdot g}{2g \cdot v_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha} = \frac{tg\,\alpha}{2} = \frac{4}{3}$$

21206125 (U354077 M1280801)

3) После падения на плоскость вся составляющая скорости мешка, направленная перпендикулярно плоскости погасится и останется только составляющая скорости $v_z = v \cdot \cos\beta$

$v = v_0 \cos\alpha \Rightarrow v_z = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta = 2{,}5 \frac{м}{c}$

На мешок будет действовать сила тяжести mg:

II з-н Ньютона в проекции на OZ

$ma = mg \cdot \sin\beta$

$a = mg \cdot \sin\beta$

Остановкой будем считать момент, когда $v_z = 0$:

$T = \frac{v_z}{\mu g \cdot \sin\beta} = 0{,}3\ c$

4) При столкновении мешка с плоскостью импульс будет изменяться за счет силы реакции опоры:

За единицу времени dt мгновенная сила норм. реакции опоры изменяет импульс мешка в проекции на ось ω на dp_ω

$O\omega: N_м \cdot dt = dp_\omega$

$F_{тр_м} = \mu N_м$

$OZ: \mu N_м \cdot dt = dp_z$

$\Rightarrow \int \mu dp_\omega = \int dp_z \Rightarrow \mu \Delta p_\omega = \Delta p_z$

Чтобы мешок не поехал должно выполняться условие:

$\begin{cases} \Delta p_z \geqslant m \cdot v_z = m \cdot v_0 \cos\alpha \cdot \cos\beta \\ \mu \geqslant tg\beta \end{cases}$

$\Delta p_\omega = m \cdot v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta \Rightarrow \Delta p_z = \mu m v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\Downarrow$

$\mu m v_0 \cos\alpha \cdot \sin\beta \geqslant m v_0 \cos\alpha \cdot \cos\beta$

$\mu \geqslant ctg\beta$

21206125 (U354077 M1280801)

Ответ: 1) $H = 6,3$ м

2) $tg\beta = \frac{4}{3}$

3) $\tau = 0,3$ с

4) Чтобы мешок не поехал после удара:

$$\mu \geq \frac{3}{4}$$

Чтобы мешок не сползал по наклонной плоскости:

$$\mu \geq \frac{4}{3}$$

21206125 (U354077 M1280801)

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21206125**

ID профиля: **354077**

Вариант 3

$R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м

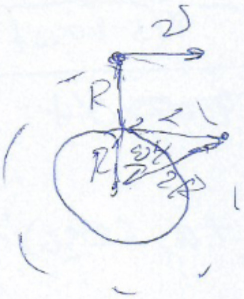
$g = 10 \frac{м}{с^2}$

1) T - ?

2) T_1 - ?

3) ~~...~~ $2R$

v_x - ?



Сила гравитационного взаимодействия двух тел $F \sim \frac{1}{R^2} \Rightarrow g_{ac} = \frac{g}{4}$, т.к. расстояние от спутника до ц.м. Земли в 2 раза больше радиуса Земли.

Найдем ω, с которой вращается спутник.

$$2\omega^2 R = \frac{g}{4} \Rightarrow \omega = \cancel{\sqrt{\frac{gR}{8}}} \sqrt{\frac{g}{8R}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{8R}{g}} = 4\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \approx 3{,}95ч \approx 4ч.$$

Перейдем в СО наблюдателя:

Здесь спутник будет вращаться $\omega' = \omega - \omega_3$,

где $\omega_3 = \frac{2\pi}{T_3} = \frac{2\pi}{24ч}$.

$\omega' = 1{,}3$ рад/ч

Расстояние между наблюдателем и спутником в любой момент времени определим по т. косинусов.

$$L = \sqrt{5R^2 - 4R^2 \cdot \cos\omega' t} = R\sqrt{5 - 4\cos\omega' t}$$

Первая производная по времени L будет определять скорость удаления спутника от наблюдателя.

$$\dot{L} = R \cdot \frac{1}{2\sqrt{5 - 4\cdot\cos\omega' t}} \cdot (-4) \cdot (-\omega' \sin\omega' t) = \frac{4 R \cdot \omega' \sin\omega' t}{8\sqrt{5 - 4\cos\omega' t}}.$$

Для того, чтобы найти максимум возьмем производную по времени и приравняем её к 0.

21206125 (U354077 M1280802)

$$\ddot{L} = \frac{2R\omega'^2 \cdot \cos\omega' t \cdot \sqrt{5-4\cdot\cos\omega' t} - \frac{1}{2\sqrt{5-4\cos\omega' t}} \cdot 4\omega'^2 \sin\omega' t \cdot 2R\omega' \sin\omega' t}{5-4\cdot\cos\omega' t} = 0$$

Сокращаем: $5-4\cos\omega' t \neq 0$, т.к. $\cos\omega' t \leq 1$

$$\cos\omega' t(5-4\cdot\cos\omega' t) - 2\cdot\sin^2\omega' t = 0$$

$$\sin^2\omega' t = 1-\cos^2\omega' t$$

$$5\cos\omega' t - 4\cos^2\omega' t - 2 + 2\cos^2\omega' t = 0$$

$$2\cos^2\omega' t - 5\cos\omega' t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4\cdot 2\cdot 2 = 9$$

$$\cos\omega' t = \frac{5\pm 3}{4} = \cancel{2} / \frac{1}{2}, \text{ т.к. } \cos\omega' t \leq 1$$

$$\cos\omega' t = \frac{1}{2} \Rightarrow \omega' t = \frac{\pi}{3} + 2\pi n \,/\, \frac{5}{3}\pi + 2\pi n$$

При $\omega' t = \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$:

$\ddot{L} < 0$, значит здесь функция достигает своего минимума

При $\omega' t = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$:

$\ddot{L} > 0$, значит здесь достигается наибольшая скорость роста $\dot{L}$

$$T_1 = \frac{\pi}{3\cdot\omega'} = \frac{\pi}{3\cdot 1{,}3} = 0{,}8\text{с}$$

$$u_x = \dot{L}(T_1) = \frac{2R\cdot\omega'\cdot\sin\frac{\pi}{3}}{\sqrt{5-2\cdot\cos\frac{\pi}{3}}} = 7200\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Ответ: $T = 4$с

$T_1 = 0{,}8$с

$u_x = 7200\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$

$U = 6$ В

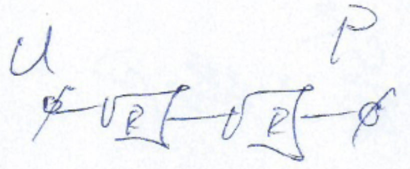
$P = 1$ Вт

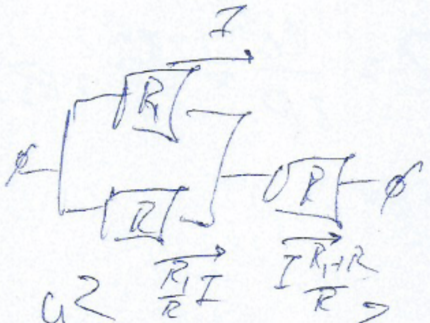
---

1) R – ?

2) R_1 – ?

3) P_{max} – ?





$$P = \frac{U^2}{2R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{2P} = 18\,\Omega$$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1$$

$$I\frac{R_1+R}{R} = \frac{U}{R + \frac{R_1 R}{R_1+R}} \Rightarrow I = \frac{UR}{2R_1R + R^2}$$

$$P_1 = \frac{U^2R^2R_1}{(2R_1R+R^2)^2}$$

Для нахождения максимума P_1 приравняем производную $\frac{dP_1}{dR_1} = 0$.

$$U^2R^2\frac{(2R_1R+R^2)^2 - 2(2R_1R+R^2)\cdot 2R\cdot R_1}{(2R_1R+R^2)^4} = 0$$

$$2R_1R + R^2 - 4R_1R = 0$$

$$R^2 = 2R_1R$$

$$R_1 = \frac{R}{2} = 9\,\Omega$$

$$P_1 = \frac{U^2}{8R} = \frac{36}{8\cdot 18} = \frac{1}{4}\text{ Вт} \longrightarrow$$ максимум т.к. при любом другом R_1

$P_1\left(\frac{R}{2}\right) > P_1(R_1)$, $R_1 \neq \frac{R}{2}$ например: $R_1 = R \Rightarrow P_1 = \frac{U^2}{9R} = \frac{2}{9} \approx 0{,}22$ Вт

Ответ: $R = 18\,\Omega$

$R_1 = 9\,\Omega$

$P_1 = 0{,}25$ Вт