

Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21204220**

ID профиля: **873836**

Вариант 4

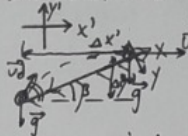
Чистовик

№3.

Дано:
 $\mu = 0,5$
 $v_0 = 10 \text{ м/с}$
 $\text{tg } \alpha = 1,5$
 $\gamma = 0^\circ$

Найти:
 T - ?
 $\text{tg } \beta$ - ?
 s - ?
 v_1 - ?

Решение: очевидно, что при столкновении с накл. пл-тью $v_y > 0$.

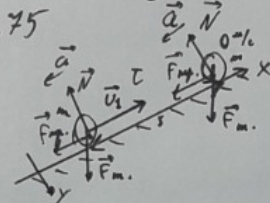
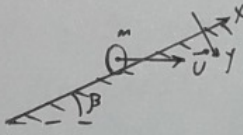


\Rightarrow момент касат. "вверх по накл. пл-ти":
 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$; $\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2} = (\vec{v}_0 - \vec{a}t)t + \frac{\vec{a}t^2}{2} = \vec{v}t - \frac{\vec{a}t^2}{2}$

$v_y' = v_{0y}' + a_y t$ $v_y' = 0$; $v_{0y}' = v_0 \sin \alpha$; $a_y = -g$
 $0 = v_0 \sin \alpha - gT$ $gT = v_0 \sin(\arctg(1,5))$ $T = \frac{v_0 \sin(\arctg(1,5))}{g} = \frac{10 \text{ м/с} \cdot \sin(\arctg(1,5))}{10 \text{ м/с}^2}$

$\approx 0,83 \text{ с}$
 $\Delta x' = v_{0x}' T + \frac{a_x T^2}{2}$ $\Delta x' = \Delta x'$ $v_{0x}' = v_0 \cos \alpha$ $a_x = 0$
 $\Delta x' = v_0 \cos \alpha T + \frac{0 \cdot T^2}{2} = v_0 \cos(\arctg(1,5)) T = 10 \text{ м/с} \cdot \cos(\arctg(1,5)) \cdot 0,83 \text{ с}$
 $\approx 4,565 \text{ м}$

$\Delta y' = v_{y'} T - \frac{a_y T^2}{2}$ $v_{y'} = 0$; $\Delta y' = \Delta y'$ $a_{y'} = -g$
 $\Delta y' = 0 \cdot T - \frac{-gT^2}{2} = gT^2 : 2 = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,83 \text{ с})^2}{2} \approx 3,44 \text{ м}$
 $\text{tg } \beta = \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \frac{3,44 \text{ м}}{4,565 \text{ м}} \approx 0,75$



Очевидно, что при столкновении v_y будет скачком равно N , а v_x и v_{0x} не изменятся.
 $\Rightarrow v_1 = v_x = v_0 \sin \beta = v_0 \sin(\arctg(0,75)) = 10 \text{ м/с} \cdot \sin(\arctg(0,75)) = 10 \text{ м/с} \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\arctg(0,75)) = 3,3 \text{ м/с}$
 $\sin \beta = 0,6$ $\cos \beta = 0,8$

$\vec{F}_z = m \vec{a}$ ($\vec{n}_z \cdot \vec{H}$) $\vec{F}_m + \vec{N} + \vec{F}_{fm} = m \vec{a}$ $\vec{F}_m \cdot \vec{n}_z = -ma$

по ось x: $-F_m \sin \beta + 0 - F_{fm} = -ma$
 по ось y: $F_m \cos \beta - N = 0$

$F_m = mg$, $F_{fm} = \mu N$
 $\begin{cases} mg \sin \beta + \mu N = ma \\ N = mg \cos \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mg \sin \beta + \mu mg \cos \beta = ma \\ N = mg \cos \beta \end{cases}$

$a = g(\sin \beta + \mu \cos \beta) = (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 10 \text{ м/с}^2$
 $\Delta x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $\Delta x = s$ $v_{0x} = v_1$ $a_x = a$ $s = v_1 t + \frac{a t^2}{2} = 3,3$ $v_1 = v_{0x} + a_x t$

$v_x = 0$; $v_{0x} = v_1$ $a_x = -a$ $0 = v_1 - a t$ $t = \frac{v_1}{a}$
 $\Delta x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $\Delta x = s$ $v_{0x} = v_1$ $a_x = -a$ $s = v_1 t - \frac{a t^2}{2} = \frac{v_1^2}{a} - \frac{a \cdot \frac{v_1^2}{a^2}}{2} = \frac{v_1^2}{a} - \frac{v_1^2}{2a} = \frac{v_1^2}{2a}$
 $= \frac{(3,3 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,5445 \text{ м}$

Ответ: $T = 0,83 \text{ с}$; $\text{tg } \beta = 0,75$; $s = 0,5445 \text{ м}$; $v_1 = 3,3 \text{ м/с}$.

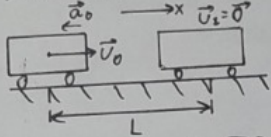
3

Чистовик

№ 2.

Дано:
 $v_0 = 5 \text{ м/с}$
 $t = 4 \text{ с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $s = 2,5 \text{ м}$

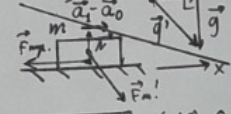
Решение: П.к. движ. автомобиля равноускоренное, для него верно,



это $\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 \cdot t$
 $\Delta x = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2} \cdot t$ $\Delta x = L$ $v_{0x} = v_0$ $v_{1x} = v_1 = 0 \text{ м/с}$
 $L = \frac{v_0 + 0}{2} \cdot t = \frac{v_0 t}{2} = \frac{5 \text{ м/с} \cdot 4 \text{ с}}{2} = 10 \text{ м}$

Найти:
 L - ?
 a_1 - ?
 τ - ?
 u_{max} - ?

Перейдем в ПСО автомобиля:
 Рассчитаем модуль сил тяжести для коробки с учетом кинематической энергии и направления этой силы тяж-ти:



$g' = \sqrt{a_0^2 + g^2}$
 $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $v_x = v_{0x} + a_x t$ $v_x = v_1 = 0 \text{ м/с}$ $v_{0x} = v_0$ $a_x = -a_0$
 $0 \text{ м/с} = v_0 - a_0 t$ $a_0 = \frac{v_0}{t} = \frac{5 \text{ м/с}}{4 \text{ с}} = 1,25 \text{ м/с}^2$

$g' = \sqrt{(-1,25 \text{ м/с}^2)^2 + (10 \text{ м/с}^2)^2} \approx 10,078$

В ПСО автомобиля коробка без нач. ск. с уск. $\vec{a}_1 - \vec{a}_0$ прошла путь s по прямой (предположим, что $a_1 > a_0$ для выправл.:

$\Delta x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $\Delta x = s$ $v_{0x} = 0 \text{ м/с}$ $a_x = a_1 - a_0$ $s = 0 \text{ м/с} \cdot t + \frac{(a_1 - a_0) t^2}{2}$ $a_1 - a_0 = \frac{2s}{t^2}$ $a_1 = \frac{2s}{t^2} + a_0$

Заметим, что уск. \vec{a}_1 появляется из-за силы трения ск., препятствующей движ. $\Rightarrow a_1 \uparrow - a_0$, $a_1 \neq a_0$
 $\Rightarrow \vec{a}_{\text{отн.}} = \vec{a}_1 - \vec{a}_0$ $a_{\text{отн.}} = a_0 - a_1$ $\Delta x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $\Delta x = s$ $v_{0x} = 0 \text{ м/с}$ $a_x = a_{\text{отн.}}$

$s = 0 \text{ м/с} \cdot t + \frac{a_{\text{отн.}} \cdot t^2}{2}$ $a_{\text{отн.}} = \frac{2s}{t^2}$ $\frac{2s}{t^2} = a_0 - a_1$ $a_1 = a_0 - \frac{2s}{t^2}$ $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $v_x = v_{0x} + a_x t$
 $v_x = 0 \text{ м/с}$ $v_{0x} = v_0$ $a_x = -a_0$ $0 \text{ м/с} = v_0 - a_0 t$ $a_0 = \frac{v_0}{t}$ $a_1 = \frac{v_0}{t} - \frac{2s}{t^2} = \frac{v_0 - \frac{2s}{t}}{t} = \frac{5 \text{ м/с} - \frac{2 \cdot 2,5 \text{ м}}{4 \text{ с}}}{4 \text{ с}} = 0,9375 \text{ м/с}^2$

Обозначим ск. автомобиля за v , а коробки в ПСО - за u :
 $u_x(t) = v_0 - a_0 t$ $u_x(t) = 0 \text{ м/с}$ $a_1 t = a_1 t$ $u_{\text{отн.}}(t) = v_{\text{отн.}} - v_{\text{отн.}}$ $u_{\text{отн.}}(t) = u_x(t) - v_x(t) =$
 $= a_0 t - a_1 t = v_0 - v_0 + (a_0 - a_1) t$ $u_{\text{отн.}}(0) = v_0 - v_0 = 0 \text{ м/с}$ $u_{\text{отн.}}(t) = a_0 - a_1 > 0 \Rightarrow u_{\text{отн.}}(t) > 0$

$\Rightarrow \tau = 0 \text{ с}$ $u_{\text{отн.}}(0) = -v_0 < 0 \text{ м/с}$ $u_{\text{отн.}}(t) = a_0 - a_1 > 0 \Rightarrow$ пока $u_{\text{отн.}}(t) \leq 0$ $u_{\text{отн.}}(t) = |u_{\text{отн.}}(t)|$ уменьш-ся, т.к. $u_{\text{отн.}} \uparrow$ ($\vec{a}_1 - \vec{a}_0$)

$u_{\text{отн.}}(t) = 0$ $-v_0 + (a_0 - a_1) \tau = 0$ $\tau = \frac{v_0}{a_0 - a_1} = \frac{v_0}{\frac{v_0}{t} - (\frac{v_0}{t} - \frac{2s}{t^2})} = \frac{v_0 t^2}{2s} = \frac{5 \text{ м/с} \cdot (4 \text{ с})^2}{2 \cdot 2,5 \text{ м}} = 16 \text{ с}$, но т.к. $16 \text{ с} > t$, то $\tau = t = 4 \text{ с}$ $u_{\text{max}} = u_{\text{отн.}}(0) = v_0 = 5 \text{ м/с}$

Ответ: $L = 10 \text{ м}$; $a_1 = 0,9375 \text{ м/с}^2$; $\tau = 4 \text{ с}$; $u_{\text{max}} = 5 \text{ м/с}$.

(2)

Числовик

№ 1.

Дано:

$M = 0,36 \text{ кг}$

$\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$

$\rho = 900 \text{ кг/м}^3$

$m = 0,4 \text{ кг}$

$\Delta V = 120 \text{ см}^3 =$

$= 0,00012 \text{ м}^3$

$\lambda = 3,36 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$

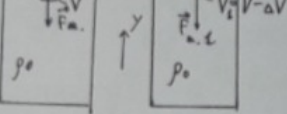
$c = 4200 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C}$

Найти:

$V = ?$

$t = ?$

Решение: П.к. в обоих случаях система в тепловом равнии и в ней присутствует лёд, и вода, $t_0 = t_2 = 0^\circ\text{C}$



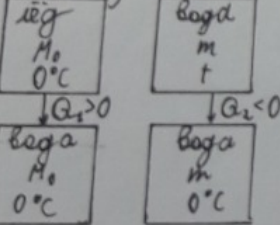
П.к. лёд плавает:
 $\vec{F}_m + \vec{F}_A = \vec{0}$
 $\vec{F}_m + \vec{F}_A = \vec{0}$ (проекции на ось y):
 $\begin{cases} F_A - F_m = 0 \\ F_{A1} - F_{m1} = 0 \end{cases}$

$F_m = mg; F_A = m_{\text{взм.}} g = V_{\text{взм.}} \rho_0 g$

$\begin{cases} V \rho_0 g = Mg \\ V_1 \rho_0 g = M_1 g \\ V = \frac{M}{\rho_0} \\ M + \Delta V \rho_0 = M + M_0 \end{cases} \begin{cases} M = V \rho_0 \\ M_1 = (V - \Delta V) \rho_0 \\ V = \frac{M}{\rho_0} \\ M_0 = \Delta V \rho_0 \end{cases} \begin{cases} V = \frac{M}{\rho_0} \\ (M - M_0) = V \rho_0 - \Delta V \rho_0 \\ M - M_0 = \frac{M}{\rho_0} \rho_0 - \Delta V \rho_0 \end{cases}$

$V = \frac{M}{\rho_0} = \frac{0,36 \text{ кг}}{1000 \text{ кг/м}^3} = 0,00036 \text{ м}^3 = 360 \text{ см}^3$

$M_0 = \Delta V \rho_0 = 0,00012 \text{ м}^3 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 = 0,12 \text{ кг}$



$Q = cm \Delta t = \lambda m$. Распишем ЧПД:

$Q_1 + Q_2 = 0$
 $\lambda M_0 + cm(0^\circ\text{C} - t) = 0$

$\lambda M_0 - cm t = 0 \quad cm t = \lambda M_0 \quad t = \frac{\lambda M_0}{cm} = \frac{3,36 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} \cdot 0,12 \text{ кг}}{4200 \text{ Дж/кг}^\circ\text{C} \cdot 0,4 \text{ кг}} = 24^\circ\text{C}$

Ответ: $V = 360 \text{ см}^3; t = 24^\circ\text{C}$.

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21204220**

ID профиля: **873836**

Вариант 4

Чистовик

№ 5.

Дано: $P_1(R_1) = P_{MAX}$
 $U = 4 \text{ В}$

$P = 2 \text{ Вт}$

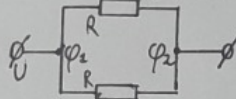
Найти:

$R - ?$

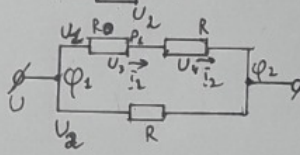
$R_1 - ?$

$P_{MAX} - ?$

Решение: Из ^{разности} рав-ва потенциалов φ_1 и φ_2 :



$U_1 = U_2 = U$
 $P = U i = i^2 R = \frac{U^2}{R}$, $U = i R$ (з. Ом-а. и два соств-но)
 $P = \frac{U_1^2}{R} + \frac{U_2^2}{R} = 2 \frac{U^2}{R}$ $2 \text{ Вт} = 2 \cdot \frac{(4 \text{ В})^2}{R}$ $R = \frac{2U^2}{P} = \frac{2 \cdot (4 \text{ В})^2}{2 \text{ Вт}} = 16 \Omega$



Из той же разности пот. φ_1 и φ_2 :
 $U_3 + U_4 = U$
 Π_0 : прав. Кир. $i_2 = i_1$

$\frac{U_3}{R_0} + \frac{U_4}{R} = \frac{U}{R}$ $(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R}) U = \frac{1}{R} U$ $\frac{R+R_1}{R R_0} U_3 = \frac{1}{R} U$ $U_3 = \frac{R R_0}{R(R+R_0)} U = \frac{R_0}{R+R_0} U$

$P_1(R_0) = \frac{U_3^2}{R_0} = \frac{(\frac{R_0}{R+R_0} U)^2}{R_0} = \frac{R_0 U^2}{(R+R_0)^2}$ при $R_0 = R_1$ $P_1 = \frac{R_1 U^2}{(R+R_1)^2}$ макс-но

$P_1'(R_0) = (U^2 R_0)' \cdot (R+R_0)^{-2} - U^2 R_0 \cdot (R+R_0)^{-3} = U^2 (R+R_0)^{-3} (R+R_0 - 2R_0) = \frac{U^2 (R+R_0 - 2R_0)}{(R+R_0)^3}$

$= \frac{(R+R_0)(R+R_0-2R_0)}{(R+R_0)^3} U^2 = \frac{(R+R_0)(R-R_0)}{(R+R_0)^3} U^2 = \frac{R^2 - R_0^2}{(R+R_0)^2} U^2$

$P_1'(0 \Omega) = \frac{R^2 - 0 \Omega^2}{(R+0 \Omega)^2} \cdot U^2 = \frac{R^2}{R^2} \cdot U^2 = (\frac{U}{R})^2 > 0 \Rightarrow$ при $R_0 = 0 \Omega$ $P_1(0 \Omega) < P_1(R_2 + R_0) \Rightarrow P_1(R_1) = P_{MAX} \Rightarrow P_1'(R_1) = 0$

$P_1'(R_1) = 0$ $\frac{R^2 - R_1^2}{(R+R_1)^2} U^2 = 0$ $R^2 - R_1^2 = 0$ $R_1^2 = R^2$ $\Pi.к. \begin{cases} R_1 > 0 \\ R > 0 \end{cases} R_1 = R = 16 \Omega$

$P_{MAX} = P_1(R_1) = \frac{R_1 U^2}{(R+R_1)^2} = \frac{16 \Omega \cdot (4 \text{ В})^2}{(16 \Omega + 16 \Omega)^2} = \frac{16 \cdot 16 \Omega \cdot \text{В}^2}{(32 \Omega)^2} = 0,25 \text{ Вт}$

Ответ: $R = 16 \Omega$; $R_1 = 16 \Omega$; $P_{MAX} = 0,25 \text{ Вт}$

2

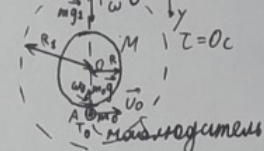
Чистовик

№ 4.

Дано:
 $R = 6400 \text{ км} = 6400000 \text{ м}$
 $R_1 = \sqrt{2} R$
 $g = 10^4 \text{ м/с}^2$

Найти:
 $T = ?$
 $T_{1 \text{ мин}} = ?$
 $u_1 = ?$

Решение: $\vec{F} = m\vec{a}$ (в ж.н.); $g = \frac{MG}{R^2}$; $F_m = mg$; $a_n = \frac{v^2}{R}$; $v = \omega R$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$



$$g_1 = \frac{MG}{R_1^2} = \frac{MG}{(\sqrt{2}R)^2} = \frac{MG}{2R^2} = \frac{g}{2}$$

$$\vec{F}_{\text{пр}} = m\vec{a}$$

Проекция на ось y: $F_{\text{пр}y} = ma_n$

$$m g_1 = m \frac{v^2}{R} \quad v^2 = g_1 R \quad v = \sqrt{g_1 R} = \sqrt{\frac{gR}{2}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{gR}{2}}} = \frac{2\pi \sqrt{2} R}{\sqrt{gR}} \approx \frac{2 \cdot 3,14}{\sqrt{10^4/2}} \approx \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400000 \text{ м}}{2 \cdot 6400000 \text{ м}} \approx 7105 \text{ с} \approx 1,97 \text{ ч}$$

$$\approx 7105 \text{ с} \approx 1,97 \text{ ч}$$

$$T_0 = 24 \text{ ч} = 86400 \text{ с}$$

$$u_0 = 2\pi \omega R = \frac{2\pi R}{T} \approx \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6400000 \text{ м}}{86400 \text{ с}} \approx 465,19 \text{ км/ч}$$

$$\approx 465,19 \text{ км/ч}$$

$$\angle AOB + \angle OAB + \angle ABO = 180^\circ$$

$$\alpha + 90^\circ + \varphi + 90^\circ - \theta = 180^\circ \quad \alpha = \theta - \varphi$$

$$\alpha(\tau) = 180^\circ - (\omega_0 + \omega) \tau = 180^\circ - \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{T}\right) \tau$$

$$2\pi \tau = 180^\circ = \pi \text{ рад} \quad \left(\frac{1}{86400 \text{ с}} + \frac{1}{7105 \text{ с}}\right) \cdot 2\pi \tau$$

$$= 2\pi (1 - 0,00015 \text{ с}^{-1} \cdot \tau) = 2\pi (1 - 0,542 \tau^{-1} \cdot \tau) \quad \left(1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau\right) \pi - \theta - \varphi - \left(1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau\right) \pi - \varphi$$

$$u_c(\tau) = u_0 \cos \varphi + v \cos \theta = u_0 \cos \varphi - v \cos \left((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi + \varphi \right)$$

Перейдем в КМ наблюдателя:

$$\vec{u}_c = \vec{v} - \vec{v}_0$$

$$\angle C = 180^\circ - \theta - \varphi = 180^\circ - \alpha$$

$$u_c^2 = v^2 + u_0^2 - 2 \cdot \cos(\angle C) \cdot v \cdot u_0 \quad u_c^2 = v^2 + u_0^2 - 2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha) \cdot v \cdot u_0 = v^2 + u_0^2 + 2 \cos \alpha \cdot v \cdot u_0$$

$$l(\tau) = \sqrt{R^2 + R_1^2 - 2 \cos \alpha R R_1} = \sqrt{(3 + 2\sqrt{2} \cos \alpha) R^2} = \sqrt{3 + 2\sqrt{2} \cos((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi)} \cdot R$$

$$u_c(\tau) = l'(\tau) \quad l^2(\tau) = 3R^2 + 2\sqrt{2} \cos((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi) R^2$$

$$u_c^2(\tau) = (l^2(\tau))' = 2\sqrt{2} R^2 \cdot \cos'((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi) \cdot ((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi)' = -2\sqrt{2} R^2 \cdot \sin((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi) \cdot (-1,08 \tau^{-2} \cdot \pi)$$

$$\cdot (-1,08 \tau^{-2} \cdot \pi) \approx 3,055 \tau^{-2} \pi R^2 \cdot \sin((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi) \cdot ((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \pi)' = 3,2994 \tau^3 \cdot (\pi R)^2$$

$$\cdot \cos((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau) \cdot \pi) \quad (u_c^2(\tau))' \text{ при } \tau = 0 = -3,2994 \tau^3 \cdot (\pi R)^2 \cdot \cos(\pi) = 3,2994 \tau^3 \cdot (\pi R)^2 > 0 \Rightarrow u_c^2(\tau_0 = 0) < u_c^2(\tau_0 + d\tau), \text{ а м.к. пока } d > 0 \quad u_c > 0, \quad u_c(\tau_0 = 0) < u_c(\tau_0 + d\tau) \Rightarrow u_c(\tau_0) = u_c \Rightarrow (u_c^2(\tau_0))' = 0 = -3,2994 \tau^3 \cdot (\pi R)^2$$

$$\cdot \cos((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau_1) \pi) = 0 \Rightarrow \cos((1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau_1) \pi) = 0 \Rightarrow (1 - 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau_1) \pi = \frac{\pi}{2} \quad 1,08 \tau^{-1} \cdot \tau_1 = 0,5 \quad T_{1 \text{ мин}} = 0,46 \text{ ч}$$

$$u_c = \sqrt{u_c^2(\tau_1)} = \sqrt{3,055 \tau_1^{-2} \cdot \pi R^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)} \approx \sqrt{3,055 \tau_1^{-2} \cdot 3,14 \cdot 6400000^2} \approx 19822,13 \text{ км/ч} \approx 5,51 \text{ км/с} \quad \text{Ответ: } T = 1,97 \text{ ч}; T_{1 \text{ мин}} = 0,46 \text{ ч}; u_1 = 5,51 \text{ км/с}$$

①