Часть 1

Олимпиада: **Физика, 9 класс (1 часть)**

Шифр: **21205501**

ID профиля: **815011**

Вариант 4

Чистовик.

№2.

Дано:

$V_0 = 5$ м/с

$T = 4$ с

$S = 2{,}5$ м

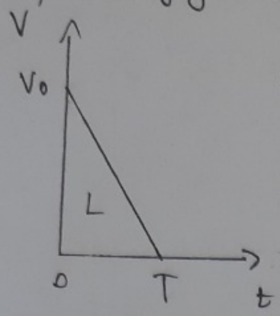
$g = 10$ м/с^2

Найти:

1) L
2) a
3) τ
4) V_{max} - ?

Решение:

1) Площадь под графиком скорости - пройденный путь L:



$$L = \frac{V_0 T}{2} = 10 \text{ м}.$$

Ответ: 1) $L = 10$ м.

21205501 (U815011 M1280651)

Черновик.

1. Дано:

$M = 0{,}36$ кг

$\rho_0 = 1000 \frac{кг}{м^3}$

$\rho = 900 \frac{кг}{м^3}$

$m = 0{,}4$ кг

$V_1 = 120$ см^3

$\lambda = 3{,}36 \cdot 10^5$ Дж/кг

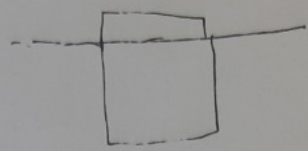
$c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/кг·°С

1) $V - ?$

2) $t - ?$

Решение:

1)



$F_T = F_A$

$F_T = Mg$

$F_A = \rho_0 V g.$

$V = \frac{M}{\rho_0} = \approx 360$ см^3.

2) Уравнение теплового баланса:

$Q_1 = cm(t_M - t)$

$Q_2 = \approx \lambda \Delta m$

$V_2 = V - V_1 = \frac{M}{\rho_0} - V_1 = \frac{M - \rho_0 V_1}{\rho_0}$

$\rho V' g = \rho_0 V_2 g$

$\rho V' = \rho_0 V_2$

$V' = \frac{\rho_0 V_2}{\rho} = \frac{\rho_0 (M - \rho_0 V_1)}{\rho \rho_0} = \frac{M - \rho_0 V_1}{\rho}$

$\Delta V = \frac{M - M + \rho_0 V_1}{\rho} = \frac{\rho_0 V_1}{\rho}$

$\Delta m = \Delta V \rho = \rho_0 V_1$

$\cancel{cm(t_M - t)}$

$cmt = \lambda \rho_0 V_1$

$t = \frac{\lambda \rho_0 V_1}{cm} = 3{,}36 \cdot 10^5 \cdot 1000. \quad = 24°C.$

21205501 (U815011 M1280651)

Черновик.

3. Дано:

$V_0 = 10$ м/с

$tg\,\alpha = 1,5$

$\mu = 0,5$

$g = 10$ м/с^2

$T,\ tg\beta,\ S,\ V$ - ?

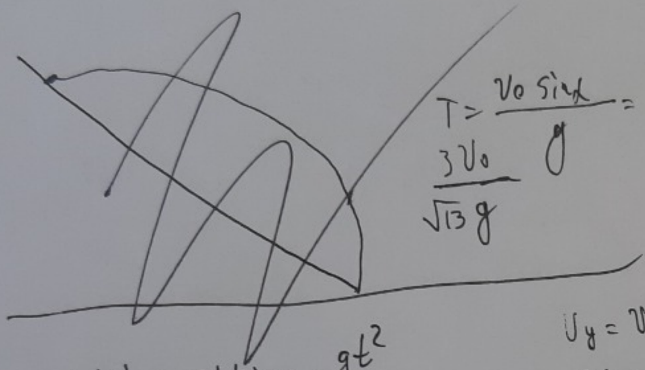
Решение:

$\cancel{tg^2\alpha + tg^2\alpha}$

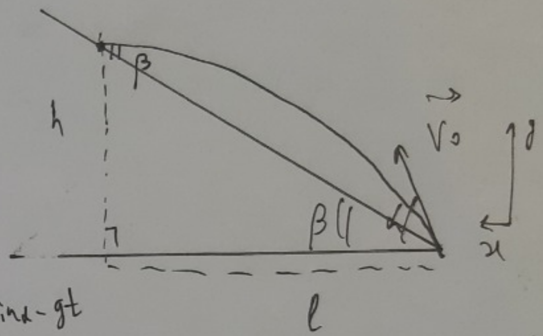
$\cos^2\alpha + \cos^2\alpha\, tg^2\alpha = 1$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{tg^2\alpha + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{4} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$



$T = \frac{V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{3V_0}{\sqrt{13}\,g}$



$V_y = V_0\sin\alpha - gt$

$V_x = V_0\cos\alpha$

$y(t) = V_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$

$t_{max} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}$

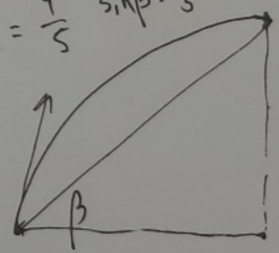
$y_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{g}{2}\cdot\frac{V_0^2\sin^2\alpha}{g^2} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g} > h$

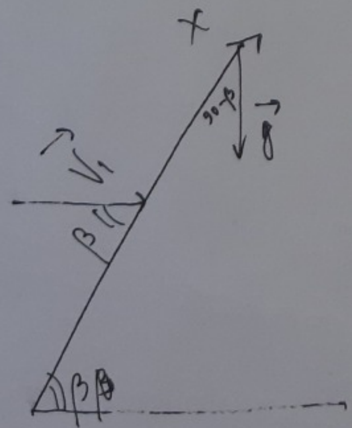
$\cancel{\sin\beta}\ \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{16} + 1}} = \frac{4}{5}$ $\sin\beta = \frac{3}{5}$

$x(t) = V_0 \cos\alpha\, t$

$l = \frac{V_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}$

$tg\beta = \frac{h}{l} = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2V_0^2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{tg\,\alpha}{2} = \cancel{1,5}\ 0,75$





$V_{1x}^2 = -2g_x S$

$V_1 = V_0\cos\alpha$

$V_{1x} = V_0\cos\alpha\cos\beta = \frac{2V_0}{\sqrt{13}}\cdot\frac{4}{5} = \frac{8V_0}{5\sqrt{13}}$

$g_x = -g\sin\beta = -\frac{3g}{5}$

$V_1\cos\beta = \cancel{\frac{3V_1}{25} = \frac{6\mu g S}{5}}$

$\frac{9V_1^2}{25} = \frac{6\mu g S}{5}$

$\frac{64V_0^2}{325} = \frac{6gS}{5}$

$\frac{32V_0^2}{65} = 3gS$

$S = \frac{32V_0^2}{195g}$

$\frac{3V_1^2}{5} = 2\mu g S$

$\cancel{S}$ $S =$

$V_1 = \sqrt{\frac{10\mu g S}{3}} =$

Чистовик

№ 3.

Дано:

$V_0 = 10$ м/с

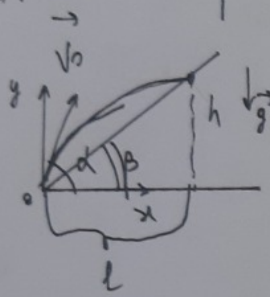
$tg\,\alpha = 1,5$

$\mu = 0,5$

$g = 10$ м/с^2

Найти:

1) T
2) $tg\,\beta$
3) S
4) V



Решение:

Найдём $\cos\alpha$ и $\sin\alpha$;
Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 1,5 \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1. \end{cases}$$

$\frac{9}{4}\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$ $\cos^2\alpha = \frac{4}{13} \Rightarrow$ $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}$ ($\cos\alpha \neq -\frac{2}{\sqrt{13}}$, т.к. $0<\alpha<90$).

$\sin\alpha = 1,5\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

1) Т.к. перед падением на наклонную плоскость скорость мешочка была направлена горизонтально, то это означает, что мешочек был брошен вверх по наклонной плоскости и приземлился в вершине параболы по которой двигался. ~~Р~~ Уравнения движения мешочка:

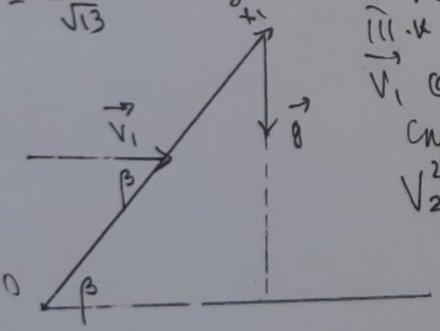
$y(t) = V_0 t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$. $y(t)$ достигает максимума при $t = T = \frac{V_0\sin\alpha}{g} = \frac{3V_0}{\sqrt{13}g} = \frac{3\cdot 10\text{ м/с}}{\sqrt{13}\cdot 10\text{ м/с}^2} \approx 0,83$ с.

$y(T) = h = \frac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

$x(t) = V_0 t\cos\alpha$; $x(T) = l = \frac{V_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}$.

$tg\,\beta = \frac{h}{l} = \frac{V_0\sin^2\alpha\cdot g}{2g\cdot V_0^2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{tg\,\alpha}{2} = 0,75 \Rightarrow$ ~~$\sin$~~ $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{tg^2\beta+1}} = \frac{4}{5}$; $\sin\beta = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$.

3) Мешочек приземлится со скоростью $V_1 = V_x(T)$ $(V_y(T)=0)$ = ~~$V_0 T\cos\alpha$~~ $V_0\cos\alpha = \frac{2V_0}{\sqrt{13}}$. Введём ось координат Ox_1, идущую вверх по наклонной плоскости:



Т.к. мешочек приземляется в вершине параболы, то вектор $\vec{V_1}$ составляет с наклонной плоскостью угол β.

Справедливо следующее равенство:

$V_{2x_1}^2 - V_{1x_1}^2 = 2g_{x_1}S_{x_1}$, где V_{2x} – проекция конечной скорости мешка на Ox_1 $(V_2 = V_{2x_1} = 0)$; V_{1x_1} – проекция скорости V_1 на Ox_1, S_x – проекция перемещения $\vec{S}$ на Ox_1 $(S_x = S)$, g_x – проекция $\vec{g}$ на Ox_1 $(g_x = -g\sin\beta = -\frac{3g}{5})$. Тогда:

$V_{1x_1}^2 = 2\cdot\frac{3gS}{5}$. $V_{1x_1} = \frac{2V_0}{\sqrt{13}}\cdot\cos\beta = \frac{8V_0}{5\sqrt{13}} \Rightarrow \frac{64V_0^2}{325} = \frac{6gS}{5}$; $\frac{32V_0^2}{65} = \frac{3gS}{1}$;

$\frac{32V_0^2}{65} = 3gS$; $S = \frac{32V_0^2}{195g} = \frac{32\cdot(10\text{ м/с})^2}{195\cdot 10\text{ м/с}^2} \approx 1,64$ м.

4) ~~Пусть V_2~~ $(V\cos\beta)^2 = \frac{6\mu gS}{5}$; $\frac{9V^2}{25} = \frac{6\mu gS}{5}$; $\frac{3V^2}{5} = 2\mu gS$; $V = \sqrt{\frac{10\mu gS}{3}} \approx 5,23$ м/с.

Ответ: 1) $T = \frac{V_0\sin\alpha}{g} \approx 0,83$ с; 2) $tg\,\beta = \frac{tg\,\alpha}{2} = 0,75$; 3) $S = \frac{32V_0^2}{195g} \approx 1,64$ м

4) $V = \sqrt{\frac{10\mu gS}{3}} \approx 5,23$ м/с

2

Чистовик

№ 1.

Дано:

$M = 0{,}36$ кг

$\rho_0 = 1{,}0 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

$\rho = 0{,}9 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$

$m = 0{,}4$ кг

$V_1 = 120 см^3 = 1{,}2 \cdot 10^{-4} м^3$

$\lambda = 3{,}36 \cdot 10^5 \frac{Дж}{кг}$

$c = 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$

Найти: 1) V

2) t

Решение:

1) На кусок льда действуют 2 силы: сила тяжести F_T и выталкивающая сила F_A. т.к. лёд покоится (т.е. $\vec{F_T} + \vec{F_A} = \vec{0}$) и векторы $\vec{F_T}$ и $\vec{F_A}$ ~~пот~~ противоположно направлены, то справедливо следующее соотношение:

$F_T = F_A$; $F_T = Mg$; $F_A = \rho_0 V g$; $Mg = \rho_0 V g$, откуда

$V = \frac{M}{\rho_0} = \frac{0{,}36 кг}{1{,}0 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}} = 0{,}00036 м^3 = 360 см^3$.

2) а) т.к. система находилась в тепловом равновесии, то температура воды ~~после доб~~ и льда была равна температуре плавления льда, т.е $0°C$.

т.к. после добавления воды растаял не весь лёд, то можно сделать вывод о том, что после установления теплового равновесия температура в сосуде ~~от~~ осталась равной $t_п$ (температуре плавления льда).

Уравнение теплового баланса:

$Q_1 = cm(t_п - t)$ – остывание воды

$Q_2 = \lambda \Delta m$ – плавление льда

(Δm – масса растаявшего льда)

$Q_1 + Q_2 = 0$.

$\lambda \Delta m = cm(t - t_п)$

б) Найдём Δm:

Пусть V_2 – ~~новый~~ объём подводной части льда после добавления воды, тогда

$V_2 = V - V_1 = \frac{M - \rho_0 V_1}{\rho_0}$. Условие равновесия для нового куска льда:

$F_T = F_A$; $F_T = \rho V' g$ (V' – объём куска льда после добавления воды)

$F_A = \rho_0 V_2 g$.

$\rho V' g = \rho_0 V_2 g \Rightarrow V' = \frac{\rho_0 V_2}{\rho} = \frac{M - \rho_0 V_1}{\rho}$

Найдём ΔV (изменение объёма льда после добавления воды):

$\Delta V = \frac{M}{\rho} - V' = \frac{\rho_0 V_1}{\rho} \Rightarrow \Delta m = \rho \Delta V = \rho_0 V_1$.

в) $\lambda \rho_0 V_1 = cm(t - t_п)$

$\lambda \rho_0 V_1 + cmt_п = cmt$

$t = \frac{\lambda \rho_0 V_1}{cm} + t_п =$

$= \frac{3{,}36 \cdot 10^5 Дж/кг \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 кг/м^3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-4} м^3}{4{,}2 \cdot 10^3 \frac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot 0{,}4 кг} + 0°C =$

$= 24°C$.

Ответ: 1) объём подводной части льда $V = \frac{M}{\rho_0} = 0{,}00036 м^3 = 360 см^3$;

2) температура добавленной воды $t = \frac{\lambda \rho_0 V_1}{cm} + t_п = 24°C$, где $t_п$ – температура плавления льда.

1

21205501 (U815011 M1280651)

Часть 2

Олимпиада: **Физика, 9 класс (2 часть)**

Шифр: **21205501**

ID профиля: **815011**

Вариант 4

Чистовик.

Дано:

$R = 6400$ км

$R_1 = \sqrt{2}R$

$g = 10$ м/с^2

Найти: 1) T

2) T_1

3) V

№ 4.

Решение:

1) $g = \frac{GM}{R^2}$, где M – масса Земли

$GM = gR^2$

$g_1 = \frac{GM}{R_1^2} = \frac{gR^2}{R_1^2} = \frac{gR^2}{(\sqrt{2}R)^2} = \frac{g}{2}$, где g_1 – ускорение свободного падения на расстоянии R_1 от центра Земли.

$g_1 = a_{цс}$, $a_{цс}$ – центростремительное ускорение спутника

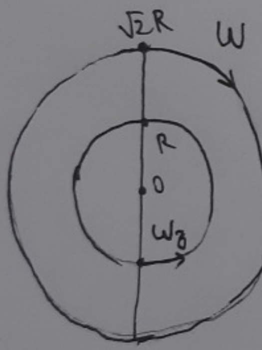
$a_{цс} = \frac{v^2}{R_1}$, где v – скорость движения спутника.

$\frac{v^2}{R_1} = \frac{g}{2}$; $v^2 = \frac{gR_1}{2}$; $v = \sqrt{\frac{gR_1}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}gR}{2}} = \sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}}$

$vT = 2\pi R_1$, откуда $T = \frac{2\pi R_1}{v} = 2\pi R_1\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{gR}} = 2\sqrt{2}\pi R\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{gR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}R}{g}} =$

$= 2\pi\cdot\sqrt{\frac{2\sqrt{2}\cdot 6400000\,м}{10\,м/с^2}} \approx 8453{,}6\,с \approx 2{,}35\,ч.$

2)



Расстояние между наблюдателем и спутником станет сокращаться с наибольшей скоростью в тот момент, когда спутник и наблюдатель окажутся на одной прямой с центром окружностей, по которым они движутся, т.е. суммарный угол, на который они должны повернуться, равен π. Угол, на который повернётся Земля за это время, равен $\omega_з T_1$, где $\omega_з$ – угловая скорость вращения Земли $\cancel{(\omega_з = \frac{2\pi}{24ч} = \frac{1}{24} \ldots)}$, а угол, на который повернётся спутник, равен ωT_1, где ω – угловая скорость обращения спутника ($\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}35\,ч} = \frac{2\pi}{2{,}35}\,ч^{-1}$)

$\omega_з = \frac{2\pi}{24\,ч} = \frac{\pi}{12}\,ч^{-1}$.

$\omega T_1 + \omega_з T_1 = \pi$; $T_1 = \frac{\pi}{\omega_з + \omega} = \frac{\pi}{\frac{\pi}{12}ч^{-1} + \frac{2\pi}{2{,}35}ч^{-1}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{12} + \frac{2}{2{,}35}\right)}\,ч \approx 1{,}07\,ч.$

Ответ: ~~1) T ≈ 2,35ч; 2) T₁~~

1) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}R}{g}} \approx 2{,}35\,ч$; 2) $T_1 = \frac{\pi}{\omega_з + \omega} \approx 1{,}07\,ч.$

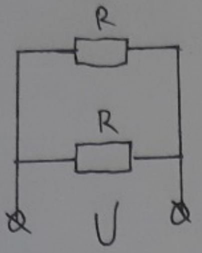
2

Чистовик.

№5.

Дано:
$U = 4$ В
$P = 2$ Вт

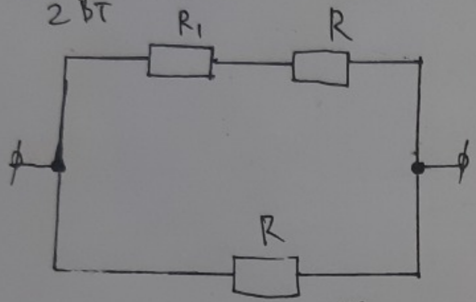
Найти: 1) R
2) R_1
3) P_{max}



Решение:

1) $P = \frac{U^2}{R_0}$, где R_0 – общее сопротивление цепи. Т.к. резисторы соединены параллельно, то $R_0 = \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}} = \frac{R}{2}$. Тогда $P = \frac{2U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{2U^2}{P} = \frac{2\cdot(4В)^2}{2 Вт} = 16$ Ом.

2)



Пусть через верхние резисторы R_1 и R течёт ток I_1. Тогда по закону Ома: $I_1 = \frac{U}{R_1+R}$ (т.к. напряжение на этом участке цепи равно U, а общее сопротивление участка равно R_1+R).

Формула для мощности P_1, рассеивающейся на резисторе R_1:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{U^2 R_1}{(R_1+R)^2} = \frac{U^2 R_1}{R_1^2+2R_1R+R^2} = \frac{U^2}{R_1+\frac{R^2}{R_1}+2R}.$$

Рассмотрим функцию $f(R_1) = R_1 + \frac{R^2}{R_1}$ и найдём, при каком R_1 она принимает минимальное значение (~~она м~~ из экстремумов у неё может быть только минимум, т.к. максимальное её значение стремится к бесконечности (при $R_1 \to \infty$ и $R_1 \to 0$), тогда выражение $R_1 + \frac{R^2}{R_1} + 2R$ принимает минимальное значение $\Rightarrow$ P_1 будет принимать максимальное значение.

$f(R_1) = R_1 + R^2 R_1^{-1}$; $f'(R_1) = 1 - R^2 R_1^{-2}$. $f(R_1)$ минимальна, когда $f'(R_1) = 0 \Rightarrow$

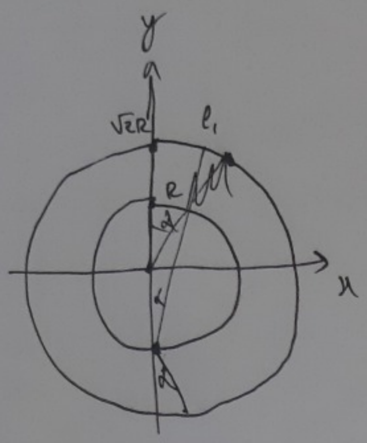
$1 = \frac{R^2}{R_1^2}$, откуда $R_1 = R = 16$ Ом.

~~$P_{1 max}$~~ $P_{max} = P_1(R_1) = P_1(R) = \frac{U^2 R}{(R+R)^2} = \frac{U^2}{4R} = \frac{U^2}{4\cdot\frac{2U^2}{P}} = \frac{P}{8} = 0{,}25$ Вт.

Ответ: 1) $R = \frac{2U^2}{P} = 16$ Ом; 2) $R_1 = \frac{2U^2}{P} = 16$ Ом; 3) $P_{max} = \frac{P}{8} = 0{,}25$ Вт.

Черновик.

№5.4.



$g = \frac{GM}{R^2}$

$GM = gR^2$

$l_1(t) = vt$

$\alpha = \frac{l_1}{}$

$g_1 = \frac{GM}{R_1^2} = \frac{gR^2}{R_1^2} = \frac{v^2}{R_1}$

$T =$

$v^2 = \frac{gR^2}{R_1}$

$w = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{2\sqrt{2}R}}$

$v = R\sqrt{\frac{g}{R_1}}$

$vT = 2\pi R_1$

$T = \frac{2\pi R_1}{v} = \frac{2\pi R_1}{R\sqrt{\frac{g}{R_1}}} = \frac{2\pi R_1}{R}\sqrt{\frac{R_1}{g}} =$

$2\sqrt{2}\pi\sqrt{\frac{\sqrt{2}R}{g}} =$

$w_з t_1 + w_1 t_1 = \pi$

$T_1 = \frac{\pi}{w_з + w_1} =$

$w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{2\sqrt{2}R}} =$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}R}{g}} \approx 2{,}35\ ч$

$\sqrt{\frac{10}{2\sqrt{2}\cdot 6400\cdot 1000}} =$

$\cancel{T_1 = \pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}R}{g}} = 1{,}17\ ч}$

$W_з = \frac{2\pi}{3600\cdot 24}\ c^{-1} =$

$0{,}0000115740$

$\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}\cdot 6400\cdot 100}} = \frac{1}{80\sqrt{200\sqrt{2}}} = \frac{1}{80\cdot 100\sqrt{2\sqrt{2}}}$

$\frac{\pi}{\frac{2\pi}{2{,}35} + \frac{\pi}{12}} =$

$\cancel{1{,}16ч.}$

$2{,}3$

$\frac{1}{\frac{2}{2{,}35} + \frac{1}{12}} = \frac{12\cdot 2{,}35}{14{,}35}$

$\frac{1}{12} + \frac{2}{2{,}35} = \frac{2{,}35 + 24}{2{,}35\cdot 12}$

21205501 (U815011 M1280652)

Черновик

№ 3.

Дано:

$U = 4$ В

$P = 2$ В

$R, R_1, P_{max} - ?$

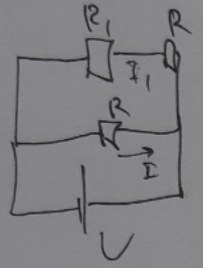
Решение:

$R_0 = \frac{R}{2}$

$\frac{2U^2}{R} = P$

$R = \frac{2U^2}{P}$.

2)



$IR = U$

$I_1R_1 + I_1R = U$

$I_1 = \frac{U}{R_1 + R} = \frac{PU}{PR_1 + 2U^2}$

$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{P^2U^2R_1}{P^2R_1^2 + 4PR_1U^2 + 4U^4} =$

$$\frac{\cancel{P^2U^2R_1}\; P^2U^2}{P^2R_1 + \frac{4U^4}{R_1} + 4PU^2}$$

$\frac{x}{ax^2 + bx + c} = \frac{1}{ax + \frac{c}{x} + b}$.

$f(R_1) = P^2R_1 + \frac{4U^4}{R_1}$

$\frac{P^2U^2}{2U^2P + 2U^2P + 4PU^2} = \frac{P^2U^2}{8PU^2} = \frac{P}{8}$

$ax^1 + bx^{-1}$ $\quad a = P^2;\ b = 4U^4$

$x^{-1} =$ $\quad x' = 1x^{1-1} = 1.$

$f'(x) = a - 2\frac{b}{x^2} = 0.$

$x = \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{2U^2}{P}$

№ 4.

Дано:

R_1, R

$R_1 = \sqrt{2}R$

$g = 10$ м/с^2

$T, T_1, V - ?$

Решение:

$2\sqrt{2}\pi \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}R_1}{g}} =$

$2\pi \cdot \sqrt{\frac{2\sqrt{2}R}{g}}$

$g = \frac{GM}{R^2}$

$GM = gR^2$

$\frac{gR^2}{R_1} = V^2$

$g_1 = \frac{GM}{R_1^2} = \frac{gR^2}{R_1^2} = \frac{V^2R_1}{R_1}$

$V = R\sqrt{\frac{g}{R_1}}$

$\cancel{2\pi\sqrt{}}$

$\frac{2\sqrt{2}\pi R}{R} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}R_1}{g}} =$

$VT = 2\pi R_1$

$RT\sqrt{\frac{g}{R_1}} = 2\pi R_1$

$T = \frac{2\pi R_1}{R\sqrt{\frac{g}{R_1}}} = \frac{2\pi R_1}{R}\sqrt{\frac{R_1}{g}} =$