

9 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 10 - 2|x - 3|}{2x^2 - 4x + |x| \cdot |x - 2|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 600 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.

3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - 2y = \sqrt{xy}, \\ x + y^2 = 5. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром
- O
- касается прямых
- AB
- и
- BC
- в точках
- A
- и
- C
- соответственно. Высота
- CH
- треугольника
- ABC
- пересекает эту окружность в точках
- S
- и
- D
- . Найдите отношение
- $AB : CH$
- , если площадь треугольника
- ABD
- равна 6, а радиус окружности равен 4.

5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике
- ABC
- на катете
- AC
- и гипотенузе
- AB
- отмечены точки
- D
- и
- E
- соответственно, такие что
- $DE \perp AB$
- . Найдите отношение
- $AD : AC$
- и площадь треугольника
- AED
- , если известно, что
- $AC = \sqrt{7}$
- ,
- $BC = 2\sqrt{\frac{7}{3}}$
- , а
- $\angle CED = 30^\circ$
- .

6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами
- $(x; y)$
- , удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |2x| + |y| + |4 - 2x - y| > 4, \\ x^2 - 2x - 4y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция
- f
- определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел
- a
- и
- b
- из этого множества выполнено равенство
- $f(ab) = f(a) + f(b)$
- , и при этом
- $f(p) = p$
- для любого простого числа
- p
- . Найдите количество пар натуральных чисел
- $(x; y)$
- таких, что
- $1 \leq x \leq 18$
- ,
- $1 \leq y \leq 18$
- и
- $f(x/y) < 0$
- .

9 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР _____

Заполняется ответственным секретарём

1. [3 балла] Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 5 - 4|x - 1|}{4x^2 - 12x + |x| \cdot |x - 3|} \leq 0.$$

2. [4 балла] Найдите количество треугольников периметра 300 с целочисленными сторонами, у которых одна из биссектрис перпендикулярна одной из медиан.
3. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = \sqrt{xy}, \\ 2y + x^2 = 9. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Окружность с центром O касается прямых AB и BC в точках A и C соответственно. Высота CH треугольника ABC пересекает эту окружность в точках C и D . Найдите отношение $AB : CH$, если площадь треугольника ABD равна 15, а радиус окружности равен 6.
5. [5 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC и гипотенузе AB отмечены точки D и E соответственно, такие что $DE \perp AB$. Найдите отношение $AD : AC$ и площадь треугольника AED , если известно, что $BC = \sqrt{29}$, $AC = \frac{5\sqrt{29}}{2}$, а $\angle CED = 45^\circ$.
6. [5 баллов] Найдите площадь фигуры, состоящей из всех точек с координатами $(x; y)$, удовлетворяющими системе

$$\begin{cases} |3x| + |2y| + |6 - 3x - 2y| > 6, \\ x^2 - 2x - 3y + y^2 \leq 0. \end{cases}$$

7. [5 баллов] Функция f определена на множестве положительных рациональных чисел. Известно, что для любых чисел a и b из этого множества выполнено равенство $f(ab) = f(a) + f(b)$, и при этом $f(p) = p$ для любого простого числа p . Найдите количество пар натуральных чисел $(x; y)$ таких, что $3 \leq x \leq 19$, $3 \leq y \leq 19$ и $f(x/y) < 0$.