

Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 10-03

1. 1) $H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g}$, $V_0 = \sqrt{4gH} = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 10} = 20 \text{ м/с}$.

2) $\cos \beta = \frac{V_0 \cos \alpha}{\sqrt{V_0^2 - 2gh}} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{2gh}{V_0^2}}} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{2 \cdot 10 \cdot 7}{20^2}}} = \sqrt{\frac{10}{13}} \approx 0,88$.

2. 1) $m \frac{\tilde{V}_{MAX}^2}{R} = \mu mg$, $\tilde{V}_{MAX} = \sqrt{\mu g R}$, $T = \frac{\pi R}{2\sqrt{\mu g R}} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{\mu g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{3}{20}} \approx 0,61 \text{ с}$.

2) Перейдем к проекциям на наклонную плоскость

$$m\vec{a} = \vec{F}_{TP} + \vec{F}, \quad F = mg \sin \alpha, \quad F_{TP} \leq \mu mg \cos \alpha, \quad \vec{F}_{TP} = m\vec{a} - \vec{F}$$

модуль разности в правой части последнего равенства максимален в нижней точке: там векторы $m\vec{a}$ и \vec{F} антипараллельны, в этой точке $F_{TP} = m \frac{V_{MAX}^2}{R} + mg \sin \alpha \leq \mu mg \cos \alpha$, $m \frac{V_{MAX}^2}{R} \leq \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha$,

$$V_{MAX} = \sqrt{gR(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)} = \sqrt{10 \cdot 1,2 \cdot \left(0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{6(4\sqrt{3}-5)}{5}} \approx 1,52 \text{ м/с}$$

3. 1) $\frac{mV_0^2}{2} = mgR$, $mV_0 = (m+M)V_1$, $0,5mV_0^2 = 0,5(m+M)V_1^2 + mgH$, $H = \frac{M}{m+M}R$

$$\frac{H}{R} = \frac{M}{m+M} = \frac{2}{3}, \quad M = 2m$$

2) $mV_0 = mV_x + MV$, $0,5mV_0^2 = 0,5mV_x^2 + 0,5MV^2$, $V_{MAX} = \frac{2m}{m+M}V_0 = \frac{2}{3}V_0$

3) $V_x = \frac{m-M}{m+M}V_0$, $V_x = V + U$, $U = -V_0$, $m \frac{U^2}{R} = N - mg$, $N = m \frac{U^2}{R} + mg = m \left(\frac{V_0^2}{R} + g \right) = 3mg$,

$P = (M + 3m)g = 5mg$, в этот момент система бруска ИСО!

4. 1) Теплота, подведенная в цикле: $Q_{12} = \frac{5}{2}P_0V_0(n-1)$, в процессе 31: $P_0V_0^{\frac{5}{3}} = P_3(nV_0)^{\frac{5}{3}}$, $P_3 = \frac{P_0}{n^{\frac{5}{3}}}$,

теплота, отведенная в цикле: $\tilde{Q}_{23} = \frac{3}{2}P_0nV_0 \left(1 - \frac{1}{n^{5/3}}\right) = \frac{3}{2}P_0V_0 \left(n - \frac{1}{n^{2/3}}\right)$,

КПД цикла: $\eta = 1 - \frac{\tilde{Q}_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{n^{-\frac{1}{3}}}{n-1} = 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{8^{-\frac{1}{3}}}{8-1} = \frac{47}{140} \approx 0,34$

5. 1) $A = Q\varphi = Q \frac{\sigma 2\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = Q \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$. 2) $\Delta F_Y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{\sigma \Delta S \cos \theta}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{\sigma \Delta S_{\perp}}{R^2}$

$$F_Y = \sum \Delta F_Y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{\sigma}{R^2} (\sum \Delta S_{\perp}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \frac{\sigma}{R^2} (\pi R^2) = \frac{Q\sigma}{4\epsilon_0}, \quad P = mg + \frac{Q\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$1. 1) \tau = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}, \quad V_0 = \frac{g\tau}{\sin \alpha} = \frac{10 \cdot 0,8}{0,8} = 10 \text{ м/с.}$$

$$2) \cos \beta = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{2gh}{V_0^2}}}; \quad h = \frac{V_0^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 \right) = \frac{10^2}{2 \cdot 10} \left(1 - \left(\frac{0,6}{0,8} \right)^2 \right) = 5 \left(1 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right) \approx 2,2 \text{ м.}$$

$$2. 1) m \frac{V_{MAX}^2}{R} = \mu mg, \quad \mu = \frac{V_{MAX}^2}{gR} = \frac{4^2}{10 \cdot 2} = 0,8.$$

$$2) \text{ На наклонной поверхности } m\vec{a} = \vec{F}_{TP} + \vec{F}, \quad F = mg \sin \alpha, \quad F_{TP} \leq \mu mg \cos \alpha,$$

$\vec{F}_{TP} = m\vec{a} - \vec{F}$, модуль разности в правой части максимален в нижней точке: там векторы $m\vec{a}$ и \vec{F} антипараллельны, тогда в этой точке

$$m \frac{V_{MAX}^2}{R} = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha; \quad V_{MAX} = \sqrt{gR(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)};$$

$$T = \frac{2\pi R}{V_{MAX}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}} = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{2}{10 \cdot (0,8 \cdot 0,8 - 0,6)}} = 2\sqrt{5}\pi \approx 14 \text{ с.}$$

$$3. 1) \frac{mV_0^2}{2} = mgR, \quad mV_0 = (m+M)V_1, \quad 0,5mV_0^2 = 0,5(m+M)V_1^2 + mgH, \quad H = \frac{M}{m+M}R = \frac{3}{4}R$$

$$2) mV_0 = mV_x + MV_{MAX}, \quad 0,5mV_0^2 = 0,5mV_x^2 + 0,5MV_{MAX}^2$$

$$V_{MAX} = \frac{2m}{m+M}V_0 = \frac{2m}{m+3m}V_0 = \frac{1}{2}V_0, \quad K_{MAX} = \frac{3m}{2}V_{MAX}^2 = \frac{3}{8}mV_0^2 = \frac{3}{4}mgR$$

$$3) V_x = \frac{m-M}{m+M}V_0 = -\frac{V_0}{2}, \quad V_x = V_{MAX} + U, \quad U = -V_0, \quad m \frac{U^2}{R} = N - mg$$

$$N = m \frac{U^2}{R} + mg = m \left(\frac{V_0^2}{R} + g \right) = 3mg, \text{ в этот момент система бруска ИСО.}$$

$$4. 1) \text{ В процессе 23: } P_3 = \frac{P_0}{n^{\frac{5}{3}}} = P_1, \text{ теплота, подведенная на изохоре, } Q_{12} = \frac{3}{2}P_0V_0 \left(1 - \frac{1}{n^{5/3}} \right),$$

$$\text{теплота, отведенная на изобаре, } \tilde{Q}_{32} = \frac{5}{2}P_1V_0(n-1) = \frac{5}{2}P_0V_0 \frac{n-1}{n^{5/3}},$$

$$\text{КПД цикла: } \eta = 1 - \frac{\tilde{Q}_{32}}{Q_{12}} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{n-1}{n^{5/3-1}} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1 - \frac{1}{n}}{n^{2/3} - \frac{1}{n}} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}}{2 - \frac{1}{2\sqrt{2}}} = 1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}-1}{4\sqrt{2}-1} \approx 0,35.$$

$$5. 1) A = -q\varphi = -q \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0} \quad 2) n = \frac{mg + \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0}}{mg} = 1 + \frac{q\sigma}{4\varepsilon_0 mg}.$$