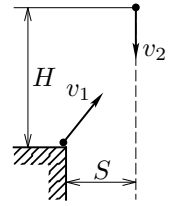


РЕШЕНИЯ

Задача 1 (6 очков). Два комка глины, отстоящих друг от друга по горизонтали на $S = 6$ м и по вертикали на $H = 10$ м, бросают одновременно со скоростями v_1 под некоторым углом к горизонту вверх и $v_2 = 2$ м/с вертикально вниз (см. рис.). Через время $t = 1$ с комки столкнулись. Найти v_1 .



Ответ: $v_1 = \frac{1}{t} \sqrt{(H - v_2 t)^2 + S^2} = 10$ м/с.

Решение. Поместим начало координат в точку бросания нижнего комка, направив ось x горизонтально направо, а ось y вертикально вверх. Пусть v_{1x} , v_{1y} — проекции на оси x и y скорости нижнего комка. Если точка столкновения имеет координаты (S, y) , то

$$y = v_{1y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad S = v_{1x}t, \quad y = H - v_2 t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_1^2.$$

Отсюда $v_1 = \frac{1}{t} \sqrt{(H - v_2 t)^2 + S^2} = 10$ м/с.

Задача 2 (7 очков). Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погрузившись на $3/4$ своего объёма. Какой минимальный объём воды нужно долить в бутылку, чтобы она утонула? Плотность стекла $\rho_c = 2,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, воды $\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, вместимость бутылки 0,7 литра.

Ответ: $V_x = \frac{\rho_c}{4\rho_c - 3\rho} V = 250$ мл.

Решение. Пусть V_c и V_x — объёмы стекла и долитой воды, V — вместимость бутылки. Условия плавания до и после долива

$$\rho_c V_c g = \frac{3}{4} \rho (V_c + V) g, \quad (\rho_c V_c + \rho V_x) g = \rho (V_c + V) g.$$

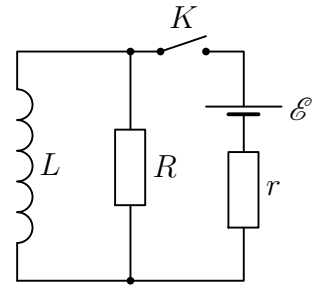
Отсюда $V_x = \frac{\rho_c}{4\rho_c - 3\rho} V = 250$ мл.

Задача 3 (5 очков). Электрическая цепь состоит из параллельно соединённых резисторов с сопротивлениями $R_1 = 80$ Ом, $R_2 = 40$ Ом и подключённого к ним последовательно резистора с сопротивлением $R_3 = 20$ Ом. К цепи подведено напряжение. На резисторе с сопротивлением R_1 выделяется мощность $P_1 = 20$ Вт. Найти мощности, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_2 и R_3 .

Ответ: $P_2 = 40$ Вт, $P_3 = 45$ Вт.

Решение. Напряжение и ток для R_1 : $U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = 40$ В, $I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 0,5$ А. Ток и мощность для R_2 : $I_2 = \frac{U_1}{R_2} = 1$ А, $P_2 = \frac{U_1^2}{R_2} = 40$ Вт. Ток и мощность для R_3 : $I_3 = I_1 + I_2 = 1,5$ А, $P_3 = I_3^2 R_3 = 45$ Вт.

Задача 4 (10 очков). Электрическая цепь состоит из батарейки с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r , катушки индуктивностью L и резистора сопротивлением $R = 3r$. Ключ K замыкают, а затем размыкают в момент, когда напряжение на катушке достигает величины $\frac{2\mathcal{E}}{3}$.



1) Найдите напряжение на катушке сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

Ответ: $U_0 = \frac{3}{4}\mathcal{E}$, $Q = \frac{L\mathcal{E}^2}{162r^2}$.

Решение. 1) Сразу после замыкания ключа ток через катушку не идёт, ток через резистор $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{4r}$. Напряжение на катушке $U_0 = I_0 R = \frac{3}{4}\mathcal{E}$.

2) Обозначим $U = \frac{2\mathcal{E}}{3}$. Непосредственно перед размыканием ключа ток через резистор $I_R = \frac{U}{R} = \frac{2\mathcal{E}}{9r}$, ток через источник $I_r = \frac{\mathcal{E}-U}{r} = \frac{\mathcal{E}}{3r}$, ток через катушку $I = I_r - I_R = \frac{\mathcal{E}}{9r}$. Сразу после размыкания ключа ток через катушку останется прежним, в ней запасётся энергия, которая и выделится затем в цепи: $Q = \frac{LI^2}{2} = \frac{L\mathcal{E}^2}{162r^2}$.

Задача 5 (6 очков). В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.

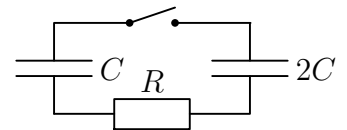
Ответ: $\frac{6}{7}$.

Решение. Пусть V — начальный объём цилиндра, ν_1 и ν_2 — числа молей пара в цилиндре до и после сжатия, P_n — давление насыщенного пара, T — температура. Уравнение состояния пара до и после сжатия:

$$0,7P_n \cdot V = \nu_1 RT, \quad P_n \cdot \frac{V}{10} = \nu_2 RT.$$

Отсюда $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{7}$. Сконденсировалась часть пара $x = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{6}{7}$.

Задача 6 (9 очков). В цепи, показанной на рисунке, конденсатор ёмкостью C заряжен до напряжения U_0 , а конденсатор ёмкостью $2C$ — до напряжения $3U_0$. Одноимённо заряженные обкладки соединены резистором сопротивлением R . Ключ замыкают на некоторое время, а затем размыкают.



1) Найдите ток в цепи сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделилось в цепи, если в момент размыкания ключа ток в цепи был в 2 раза меньше начального?

Ответ: 1) $I_0 = \frac{2U_0}{R}$. 2) $Q = CU_0^2$.

Решение. 1) Начальный ток $I_0 = \frac{3U_0 - U_0}{R} = \frac{2U_0}{R}$.

2) В момент размыкания ток $I = \frac{I_0}{2} = \frac{U_0}{R}$. Пусть напряжения на конденсаторах в этот момент U_1 и U_2 . Тогда

$$U_2 - U_1 = IR, \quad CU_1 + 2CU_2 = CU_0 + 2C \cdot 3U_0.$$

Из последних трёх уравнений находим $U_1 = \frac{5}{3}U_0$, $U_2 = \frac{8}{3}U_0$.

Начальная энергия конденсаторов

$$W_1 = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{2C(3U_0)^2}{2} = \frac{19}{2}CU_0^2.$$

Энергия конденсаторов в момент размыкания

$$W_2 = \frac{CU_1^2}{2} + \frac{2CU_2^2}{2} = \frac{17}{2}CU_0^2.$$

В цепи выделилось количество теплоты $Q = W_1 - W_2 = CU_0^2$.

Задача 7 (7 очков). С помощью тонкой линзы на экране получили изображение предмета, расположенного перпендикулярно оптической оси линзы. Между линзой и экраном поставили вторую линзу на расстоянии 5 см от экрана, после чего экран пришлось отодвинуть от линз на 5 см, чтобы получить на нём новое изображение.

- 1) Найдите фокусное расстояние второй линзы.
- 2) Каково отношение размеров нового и старого изображений?

Ответ: 1) $F = -10$ см. 2) $\Gamma = 2$.

Решение. 1) Изображение в первой линзе является мнимым источником для второй линзы. По формуле линзы

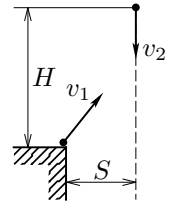
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Здесь $a = -5$ см, $b = 10$ см. Отсюда фокусное расстояние $F = -10$ см, т.е. линза рассеивающая.

2) Отношение размеров нового и старого изображений равно увеличению второй линзы:
 $\Gamma = \left| \frac{b}{a} \right| = 2$.

РЕШЕНИЯ

Задача 1 (6 очков). Два комка глины, отстоящих друг от друга по горизонтали на $S = 6$ м и по вертикали на $H = 10$ м, бросают одновременно со скоростями v_1 под некоторым углом к горизонту вверх и $v_2 = 2$ м/с вертикально вниз (см. рис.). Через время $t = 1$ с комки столкнулись. Найти v_1 .



Ответ: $v_1 = \frac{1}{t} \sqrt{(H - v_2 t)^2 + S^2} = 10$ м/с.

Решение. Поместим начало координат в точку бросания нижнего комка, направив ось x горизонтально направо, а ось y вертикально вверх. Пусть v_{1x} , v_{1y} — проекции на оси x и y скорости нижнего комка. Если точка столкновения имеет координаты (S, y) , то

$$y = v_{1y}t - \frac{gt^2}{2}, \quad S = v_{1x}t, \quad y = H - v_2 t - \frac{gt^2}{2}, \quad v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = v_1^2.$$

Отсюда $v_1 = \frac{1}{t} \sqrt{(H - v_2 t)^2 + S^2} = 10$ м/с.

Задача 2 (7 очков). Пустая стеклянная бутылка плавает в воде, погрузившись на $3/4$ своего объёма. Какой минимальный объём воды нужно долить в бутылку, чтобы она утонула? Плотность стекла $\rho_c = 2,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, воды $\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, вместимость бутылки 0,7 литра.

Ответ: $V_x = \frac{\rho_c}{4\rho_c - 3\rho} V = 250$ мл.

Решение. Пусть V_c и V_x — объёмы стекла и долитой воды, V — вместимость бутылки. Условия плавания до и после долива

$$\rho_c V_c g = \frac{3}{4} \rho (V_c + V) g, \quad (\rho_c V_c + \rho V_x) g = \rho (V_c + V) g.$$

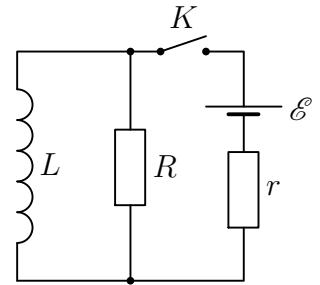
Отсюда $V_x = \frac{\rho_c}{4\rho_c - 3\rho} V = 250$ мл.

Задача 3 (5 очков). Электрическая цепь состоит из параллельно соединённых резисторов с сопротивлениями $R_1 = 80$ Ом, $R_2 = 40$ Ом и подключённого к ним последовательно резистора с сопротивлением $R_3 = 20$ Ом. К цепи подведено напряжение. На резисторе с сопротивлением R_1 выделяется мощность $P_1 = 20$ Вт. Найти мощности, выделяющиеся на резисторах с сопротивлениями R_2 и R_3 .

Ответ: $P_2 = 40$ Вт, $P_3 = 45$ Вт.

Решение. Напряжение и ток для R_1 : $U_1 = \sqrt{P_1 R_1} = 40$ В, $I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 0,5$ А. Ток и мощность для R_2 : $I_2 = \frac{U_1}{R_2} = 1$ А, $P_2 = \frac{U_1^2}{R_2} = 40$ Вт. Ток и мощность для R_3 : $I_3 = I_1 + I_2 = 1,5$ А, $P_3 = I_3^2 R_3 = 45$ Вт.

Задача 4 (10 очков). Электрическая цепь состоит из батарейки с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r , катушки индуктивностью L и резистора сопротивлением $R = 3r$. Ключ K замыкают, а затем размыкают в момент, когда напряжение на катушке достигает величины $\frac{2\mathcal{E}}{3}$.



1) Найдите напряжение на катушке сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

Ответ: $U_0 = \frac{3}{4}\mathcal{E}$, $Q = \frac{L\mathcal{E}^2}{162r^2}$.

Решение. 1) Сразу после замыкания ключа ток через катушку не идёт, ток через резистор $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{4r}$. Напряжение на катушке $U_0 = I_0 R = \frac{3}{4}\mathcal{E}$.

2) Обозначим $U = \frac{2}{3}\mathcal{E}$. Непосредственно перед размыканием ключа ток через резистор $I_R = \frac{U}{R} = \frac{2\mathcal{E}}{9r}$, ток через источник $I_r = \frac{\mathcal{E}-U}{r} = \frac{\mathcal{E}}{3r}$, ток через катушку $I = I_r - I_R = \frac{\mathcal{E}}{9r}$. Сразу после размыкания ключа ток через катушку останется прежним, в ней запасётся энергия, которая и выделится затем в цепи: $Q = \frac{LI^2}{2} = \frac{L\mathcal{E}^2}{162r^2}$.

Задача 5 (6 очков). В цилиндре под поршнем находится воздух с относительной влажностью 70%. Объём цилиндра изотермически уменьшили в 10 раз. Какая часть водяного пара сконденсировалась? Объёмом жидкости в конечном состоянии можно пренебречь.

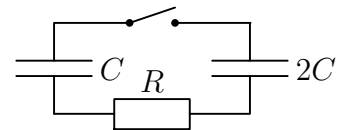
Ответ: $\frac{6}{7}$.

Решение. Пусть V — начальный объём цилиндра, ν_1 и ν_2 — числа молей пара в цилиндре до и после сжатия, P_n — давление насыщенного пара, T — температура. Уравнение состояния пара до и после сжатия:

$$0,7P_n \cdot V = \nu_1 RT, \quad P_n \cdot \frac{V}{10} = \nu_2 RT.$$

Отсюда $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{7}$. Сконденсировалась часть пара $x = \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{6}{7}$.

Задача 6 (9 очков). В цепи, показанной на рисунке, конденсатор ёмкостью C заряжен до напряжения U_0 , а конденсатор ёмкостью $2C$ — до напряжения $3U_0$. Одноимённо заряженные обкладки соединены резистором сопротивлением R . Ключ замыкают на некоторое время, а затем размыкают.



1) Найдите ток в цепи сразу после замыкания ключа.

2) Какое количество теплоты выделилось в цепи, если в момент размыкания ключа ток в цепи был в 2 раза меньше начального?

Ответ: 1) $I_0 = \frac{2U_0}{R}$. 2) $Q = CU_0^2$.

Решение. 1) Начальный ток $I_0 = \frac{3U_0 - U_0}{R} = \frac{2U_0}{R}$.

2) В момент размыкания ток $I = \frac{I_0}{2} = \frac{U_0}{R}$. Пусть напряжения на конденсаторах в этот момент U_1 и U_2 . Тогда

$$U_2 - U_1 = IR, \quad CU_1 + 2CU_2 = CU_0 + 2C \cdot 3U_0.$$

Из последних трёх уравнений находим $U_1 = \frac{5}{3}U_0$, $U_2 = \frac{8}{3}U_0$.

Начальная энергия конденсаторов

$$W_1 = \frac{CU_0^2}{2} + \frac{2C(3U_0)^2}{2} = \frac{19}{2}CU_0^2.$$

Энергия конденсаторов в момент размыкания

$$W_2 = \frac{CU_1^2}{2} + \frac{2CU_2^2}{2} = \frac{17}{2}CU_0^2.$$

В цепи выделилось количество теплоты $Q = W_1 - W_2 = CU_0^2$.

Задача 7 (7 очков). С помощью тонкой линзы на экране получили изображение предмета, расположенного перпендикулярно оптической оси линзы. Между линзой и экраном поставили вторую линзу на расстоянии 5 см от экрана, после чего экран пришлось отодвинуть от линз на 5 см, чтобы получить на нём новое изображение.

- 1) Найдите фокусное расстояние второй линзы.
- 2) Каково отношение размеров нового и старого изображений?

Ответ: 1) $F = -10$ см. 2) $\Gamma = 2$.

Решение. 1) Изображение в первой линзе является мнимым источником для второй линзы. По формуле линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Здесь $a = -5$ см, $b = 10$ см. Отсюда фокусное расстояние $F = -10$ см, т.е. линза рассеивающая.

2) Отношение размеров нового и старого изображений равно увеличению второй линзы: $\Gamma = \left| \frac{b}{a} \right| = 2$.