

Олимпиада Физтех-2022. Физика. Решения. Билет 09-01

1. 1) $v_y = \frac{v_0}{3} = v_0 - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g} = 0,8 \text{ с}$ (1); $v_y = -\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} = 1,6 \text{ с}$ (2)

2) $h = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$ (3) (1) \rightarrow (3): $h = \frac{2}{3} \frac{v_0^2}{g} - \frac{g}{2} \frac{4v_0^2}{9g^2} = \frac{4}{9} \frac{v_0^2}{g} = 6,4 \text{ м}$.

2. 1) P – давление под левым поршнем, P_0 – атмосферное давление, x – удлинение пружины.

$P_0 = P + g\rho h$ (1). Условие равновесия поршня: $kx + PS = P_0 S$; $P_0 = P + \frac{kx}{S}$ (2)

Из (1), (2): $g\rho h = \frac{kx}{S} \Rightarrow x = \frac{g\rho h S}{k}$ (3)

2) Левый поршень поднялся на x , а правый опустился на x' , при этом:

$Sx = \frac{S}{2} x'$; $x' = 2x$ (4). В новом положении равновесия: $g\rho(h+x+x') = \frac{mg}{S/2}$ (5)

Из (4), (5) с учётом (3): $m = \frac{\rho S}{2}(h+3x) = \frac{\rho h S}{2} \left(1 + \frac{3g\rho S}{k}\right)$.

3. 1) $mg = G \frac{mM}{(2R)^2} = G \frac{m \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} \Rightarrow g = \frac{\pi}{3} G \rho R$.

2) $G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h}$ (1)

$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$ (2)

(1) \rightarrow (2): $G \frac{M}{(R+h)} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2}$; $T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3$

$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho} \frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$.

4. 1) Уравнения движения брусков: $m_1 a_{10} = F_0$ (1)

$m_2 a_{20} = 2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g$ (2)

Брусок m_1 покоится относительно бруска $m_2 \Rightarrow a_{10} = a_{20}$.

Из (1), (2) получаем: $\frac{F_0}{m_1} = \frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2} \Rightarrow F_0 = \mu m_1 g \frac{m_1 + m_2}{2m_1 - m_2} = 10\mu mg$

2) Уравнения движения брусков: $m_1 a_1 = F + \mu m_1 g$ (3)

$m_2 a_2 = 2F - \mu m_1 g - \mu(m_1 + m_2)g$ (4)

По условию $a_2 > a_1$. С учётом (3) и (4) получаем:

$\frac{2F}{m_2} - \frac{\mu g(2m_1 + m_2)}{m_2} > \frac{F}{m_1} + \frac{\mu m_1 g}{m_1}$; $F > 2\mu m_1 g \frac{m_1 + m_2}{2m_1 - m_2} = 2F_0 = 20\mu mg$

5. 1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 125 \text{ кПа}$.

2) Сила Архимеда $\vec{F}_A = \vec{F} + \vec{F}_1$. \vec{F}_1 – сила на область приклеивания, если бы вместо клея была вода.

$F_1 = PS$. $F_A = \rho V g$. В проекциях на вертикальное направление вниз $-F_A = F - F_1$.

$F = F_1 - F_A = PS - \rho V g = P_0 S + \rho g(HS - V) = 170 \text{ Н}$, вниз! Без учета атмосферного давления $F = 30 \text{ Н}$, вверх – неверно!

Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 09-02

1. 1) $v_y = \frac{v_0}{2} = v_0 - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{2g} = 0,5 \text{ с}$ (1); $v_y = -\frac{v_0}{2} = v_0 - gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3}{2} \frac{v_0}{g} = 1,5 \text{ с}$ (2)

2) $h = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$ (3) (1) \rightarrow (3): $h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2} \frac{v_0^2}{4g^2} = \frac{3}{8} \frac{v_0^2}{g} \approx 3,8 \text{ м}$.

2. 1) P – давление под левым поршнем, P_0 – атмосферное давление, x – удлинение пружины.

$P_0 = P + g\rho h$ (1). Условие равновесия поршня: $kx + PS = P_0 S$; $P_0 = P + \frac{kx}{S}$ (2)

Из (1), (2): $g\rho h = \frac{kx}{S} \Rightarrow h = \frac{kx}{g\rho S}$ (3)

2) Левый поршень поднялся на x , а правый опустился на x' , при этом:

$Sx = \frac{S}{3} x'$; $x' = 3x$ (4). В новом положении равновесия: $g\rho(h + x + x') = \frac{mg}{S/3}$ (5)

Из (4), (5) с учётом (3): $m = \frac{\rho S}{3}(h + 4x) = \frac{\rho x S}{3} \left(4 + \frac{k}{g\rho S}\right)$.

3. 1) $mg = G \frac{mM}{(3R)^2} = G \frac{m \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{9R^2} \Rightarrow g = \frac{4\pi}{27} G\rho R$.

2) $G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h}$ (1)

$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$ (2)

(1) \rightarrow (2): $G \frac{M}{(R+h)} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2}$; $T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3$

$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} 2\sqrt{2} = 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$.

4. 1) Уравнения движения брусков: $m_1 a_{10} = F_0$ (1)

$m_2 a_{20} = 2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g$ (2)

Брусок m_1 покоится относительно бруска $m_2 \Rightarrow a_{10} = a_{20}$.

Из (1), (2) получаем: $\frac{F_0}{m_1} = \frac{2F_0}{m_2} - \frac{\mu(m_1 + m_2)g}{m_2} \Rightarrow F_0 = \mu m_1 g \frac{m_1 + m_2}{2m_1 - m_2} = 24\mu mg$

2) Уравнения движения брусков: $m_1 a_1 = F + \mu m_1 g$ (3)

$m_2 a_2 = 2F - \mu m_1 g - \mu(m_1 + m_2)g$ (4)

По условию $a_2 > a_1$. С учётом (3) и (4) получаем:

$\frac{2F}{m_2} - \frac{\mu g(2m_1 + m_2)}{m_2} > \frac{F}{m_1} + \frac{\mu m_1 g}{m_1}$; $F > 2\mu m_1 g \frac{m_1 + m_2}{2m_1 - m_2} = 2F_0 = 48\mu mg$

5. 1) $P_1 = P_0 + \rho gH = 130 \text{ кПа}$.

2) Сила Архимеда $\vec{F}_A = \vec{F} + \vec{F}_1$. \vec{F}_1 – сила на область приклеивания, если бы вместо клея была вода.

$F_1 = PS$. $F_A = \rho Vg$. В проекциях на вертикальное направление вниз $-F_A = F - F_1$.

$F = F_1 - F_A = PS - \rho Vg = P_0 S + \rho g(HS - V) = 80 \text{ Н}$, вниз! Без учета атмосферного давления $F = 20 \text{ Н}$, вверх – неверно!

Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 09-03

1. 1) $v_y = -2v_0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{3v_0}{g} = 3 \text{ с.}$ 2) $S = S_1 + S_2 = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{(2v_0)^2}{2g} = \frac{5v_0^2}{2g} = 25 \text{ м.}$

2. 1) P – давление под левым поршнем, P_0 – атмосферное давление, x – сжатие пружины.

$$P = P_0 + g\rho h \quad (1). \quad \text{Условие равновесия поршня: } kx + P_0S = PS; \quad P = P_0 + \frac{kx}{S} \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } g\rho h = \frac{kx}{S} \Rightarrow x = \frac{g\rho hS}{k} \quad (3)$$

2) Левый поршень опустился на x , а правый поднялся на x' , при этом:

$$Sx = 1,5Sx'; \quad x' = \frac{2}{3}x \quad (4)$$

$$\text{В новом положении равновесия: } \frac{Mg}{S} = \frac{mg}{1,5S} + g\rho(h+x+x') \quad (5)$$

$$\text{Из (4), (5) с учётом (3): } M = \frac{2}{3}m + \rho hS \left(1 + \frac{5}{3} \frac{g\rho S}{k}\right).$$

3. 1) $mg = G \frac{mM_1}{(4R)^2} = G \frac{m \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_1}{16R^2} \Rightarrow g = \frac{\pi}{12} G \rho_1 R = \frac{\pi}{12} G \rho R.$

2) $G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \quad (1); \quad v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \quad (2)$

$$(1) \rightarrow (2): \quad G \frac{M}{(R+h)} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2} \quad T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3 \quad (3)$$

$$\text{Из (3): } \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left(\frac{1 + \frac{h_2}{R}}{1 + \frac{h_1}{R}}\right)^3 = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{3}\right)^3; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{3} \sqrt{\frac{5}{6}} \approx 1,52$$

4. 1) Если бы трение между брусками отсутствовало, то т.к. $m_1 < m_2$, то ускорение у бруска m_1 было бы больше, чем у бруска m_2 , поэтому брусок m_1 двигался бы относительно бруска m_2 вправо. Поэтому сила трения на брусок m_1 действует влево, а на брусок m_2 вправо.

$$\text{Уравнения движения брусков: } T_0 - \mu m_1 g = m_1 a_0 \quad (1); \quad T_0 + \mu m_1 g = m_2 a_0 \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } 2\mu m_1 g = (m_2 - m_1) a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{2\mu m_1 g}{m_2 - m_1} = 2\mu g$$

2) Уравнения движения брусков: $T - \mu m_1 g = m_1 (a + a_{\text{отн}}) \quad (3)$

$$T + \mu m_1 g = m_1 (a - a_{\text{отн}}) \quad (4)$$

Исключая $a_{\text{отн}}$ из (3) и (4), получаем:

$$T = \frac{2a + \mu g \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)}{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} = \frac{2a + \frac{\mu g}{2}}{\frac{3}{2}} m = \left(\frac{4a + \mu g}{3}\right) m$$

5. 1) $P_1 = P_0 + \rho_2 gL.$

2) Из второго закона Ньютона для «столба» жидкости сечением S в горизонтальном участке

$$P_2 S - P_1 S = (\rho_1 L_1 S + \rho_2 L_2 S) a. \quad P_2 = P_0 + \frac{5}{4} \rho_2 gL + \frac{3}{8} \rho_1 gL.$$

Олимпиада «Физтех-2022». Физика. Решения. Билет 09-04

1. 1) $v_y = -3v_0 = v_0 - gt \Rightarrow t = \frac{4v_0}{g} = 4,8 \text{ с.}$ 2) $S = S_1 + S_2 = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{(3v_0)^2}{2g} = \frac{5v_0^2}{g} = 72 \text{ м.}$

2. 1) P – давление под левым поршнем, P_0 – атмосферное давление, x – сжатие пружины.

$$P = P_0 + g\rho h \quad (1). \quad \text{Условие равновесия поршня: } kx + P_0S = PS; \quad P = P_0 + \frac{kx}{S} \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } g\rho h = \frac{kx}{S} \Rightarrow h = \frac{kx}{g\rho S} \quad (3)$$

2) Левый поршень опустился на x , а правый поднялся на x' , при этом:

$$Sx = 2Sx'; \quad x' = \frac{x}{2} \quad (4)$$

$$\text{В новом положении равновесия: } \frac{Mg}{S} = \frac{mg}{2S} + g\rho(h + x + x') \quad (5)$$

$$\text{Из (4), (5) с учётом (3): } M = \frac{m}{2} + \rho xS \left(\frac{3}{2} + \frac{k}{g\rho S} \right).$$

3. 1) $mg = G \frac{mM_1}{(5R)^2} = G \frac{m \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_1}{25R^2} \Rightarrow g = \frac{4\pi}{75} G \rho_1 R = \frac{4\pi}{75} G \rho R.$

2) $G \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \quad (1); \quad v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \quad (2)$

$$(1) \rightarrow (2): \quad G \frac{M}{(R+h)} = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{T^2}; \quad T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho} \left(1 + \frac{h}{R} \right)^3 \quad (3)$$

$$\text{Из (3): } \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} \left(\frac{1 + \frac{h_2}{R}}{1 + \frac{h_1}{R}} \right)^3 = \frac{9}{8}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \approx 1,06$$

4. 1) Если бы трение между брусками отсутствовало, то т.к. $m_1 < m_2$, то ускорение у бруска m_1 было бы больше, чем у бруска m_2 , поэтому брусок m_1 двигался бы относительно бруска m_2 вправо. Поэтому сила трения на брусок m_1 действует влево, а на брусок m_2 вправо.

$$\text{Уравнения движения брусков: } T_0 - \mu m_1 g = m_1 a_0 \quad (1); \quad T_0 + \mu m_1 g = m_2 a_0 \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } 2\mu m_1 g = (m_2 - m_1) a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{2\mu m_1 g}{m_2 - m_1} = 4\mu g$$

2) Уравнения движения брусков: $T - \mu m_1 g = m_1 (a + a_{\text{отн}}) \quad (3)$

$$T + \mu m_1 g = m_1 (a - a_{\text{отн}}) \quad (4)$$

Исключая $a_{\text{отн}}$ из (3) и (4), получаем:

$$T = \frac{2a + \mu g \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \right)}{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}} = \frac{2a + \frac{\mu g}{3}}{\frac{5}{6}} m = \left(\frac{12a + 2\mu g}{5} \right) m$$

5. 1) $P_1 = P_0 + \rho_2 gL.$

2) Из второго закона Ньютона для «столба» жидкости сечением S в горизонтальном участке

$$P_2 S - P_1 S = (\rho_1 L_1 S + \rho_2 L_2 S) a. \quad P_2 = P_0 + \frac{3}{2} \rho_2 gL + \frac{2}{3} \rho_1 gL.$$