

# Олимпиада «Физтех» по физике 2019

Класс 10

Билет 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Пушка установлена на плоском склоне горы, образующем угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. При выстреле «вверх» по склону снаряд падает на склон на расстоянии  $S_1 = 700$  м от места выстрела. В момент падения скорость снаряда перпендикулярна поверхности склона. Пушку разворачивают на  $180^\circ$  и производят второй выстрел «вниз» по склону. Затем пушку перемещают на горизонтальную поверхность и производят третий выстрел. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой. Угол наклона ствола к поверхности, с которой стреляют, при всех выстрелах одинаков.

- 1) На каком расстоянии  $S_2$  от места второго выстрела снаряд упадет на склон?
- 2) Найдите дальность  $L$  стрельбы при третьем выстреле.

2. На шероховатой горизонтальной поверхности стола покоится чаша. Внутренняя поверхность чаши – гладкая полусфера радиуса  $R$ . На дне чаши лежит небольшая шайба массы  $m$ . Масса чаши  $3m$ . Ударом шайбе сообщают горизонтальную скорость  $V_0 = \sqrt{2gR}$ , здесь  $g$  – ускорение свободного падения. Скольжение чаши начинается в тот момент времени, когда вектор скорости шайбы повернется на угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ .

- 1) С какой силой  $P$  шайба действует на чашу в этот момент?
- 2) Вычислите коэффициент  $\mu$  трения скольжения чаши по столу.

3. Гладкая упругая шайба радиуса  $R$ , движущаяся со скоростью  $V_0$ , упруго сталкивается с такой же шайбой, покоящейся на гладкой горизонтальной поверхности. В результате столкновения скорость налетающей шайбы уменьшается вдвое.

- 1) Найдите расстояние  $d$  от центра покоившейся шайбы до прямой, по которой двигался центр налетающей шайбы.
- 2) Через какое время  $T$  после соударения расстояние между центрами шайб будет равно  $S$ ?

4. Горизонтальный цилиндр длины  $L = 0,5$  м вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом при температуре  $T_0 = 300$  К. Цилиндр плотно закрывают тонким поршнем и охлаждают. Поршень смещается и останавливается на расстоянии  $h = 0,4$  м от дна. Далее цилиндр нагревают до температуры  $T_0$ , при которой поршень останавливается на расстоянии  $H = 0,46$  м от дна. Атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа, площадь поперечного сечения цилиндра  $S = 0,1$  м<sup>2</sup>. Внутренняя энергия воздуха  $U = \frac{5}{2}PV$ , где  $P$  – давление,  $V$  – объем. Считать силу трения, действующую на поршень, постоянной в процессе движения поршня.

- 1) До какой температуры  $T_1$  был охлажден воздух в цилиндре?
- 2) Найдите силу трения  $F_{\text{тр}}$ , действующую на поршень в процессе движения поршня.
- 3) Какое количество  $Q$  теплоты подвели к воздуху в цилиндре в процессе нагревания к тому моменту, когда поршень начал смещаться?

5. Теплоизолированный цилиндр объемом  $V$  разделен на две части перегородкой. В одной части находится водород в количестве  $\nu$  при температуре  $T_1$ , а в другой – азот в количестве  $1,5\nu$  при температуре  $5/4 T_1$  и другом давлении. Перегородка прорывается.

- 1) Какая температура  $T_2$ , установится в смеси?
- 2) Найти давление  $P$  в смеси.

# Олимпиада «Физтех» по физике 2019

Класс 10

Билет 10-02

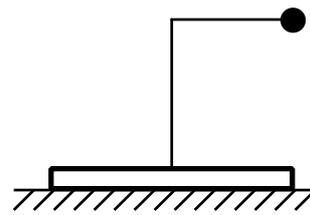
Шифр

(заполняется секретарём)

1. При стрельбе из пушки на горизонтальной поверхности дальность стрельбы  $L = 3000$  м. Пушку устанавливают на плоском склоне горы, образующем угол  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 0,8$ ) с горизонтом и производят первый выстрел «вверх» по склону. В момент падения скорость снаряда перпендикулярна поверхности склона. Пушку разворачивают на  $180^\circ$  и производят второй выстрел «вниз» по склону. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой. Угол наклона ствола к поверхности, с которой стреляют, при всех выстрелах одинаков.

- 1) На каком расстоянии  $S_1$  от места первого выстрела снаряд упадет на склон?
- 2) На каком расстоянии  $S_2$  от места второго выстрела снаряд упадет на склон?

2. Брусок, к вертикальной стойке которого на нити прикреплен шарик массы  $m$ , покоится на шероховатой горизонтальной поверхности. Нить с шариком отклонили до горизонтального положения и отпустили без начальной скорости. Шарик движется в вертикальной плоскости по окружности. Брусок начинает скользить по поверхности в тот момент, когда нить составляет с вертикалью угол  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ .



Коэффициент трения скольжения бруска по поверхности  $\mu = \frac{4}{7}$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Нить и стойка легкие.

- 1) Найдите силу  $T$  натяжения нити в этот момент.
- 2) Найдите массу  $M$  бруска.

3. Гладкая упругая шайба радиуса  $R$  упруго сталкивается с такой же шайбой, покоящейся на гладкой горизонтальной поверхности. После соударения покоившаяся шайба движется в направлении, составляющем угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  с направлением движения налетающей шайбы перед соударением.

- 1) Найдите расстояние  $d$  от центра покоившейся шайбы до прямой, по которой двигался центр налетающей шайбы.
- 2) Найдите скорость  $V_0$  налетающей шайбы, если через время  $T$  после соударения расстояние между центрами шайб равно  $S$ .

4. Горизонтальный цилиндр длины  $L = 1,2$  м вначале открыт в атмосферу и заполнен воздухом. Цилиндр плотно закрывают тонким поршнем и охлаждают до температуры  $T_1 = 300$  К. Поршень смещается и останавливается на расстоянии  $h = 0,6$  м от дна. Далее цилиндр нагревают до начальной температуры, при которой поршень останавливается на расстоянии  $H = 1,0$  м от дна. Атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа, площадь поперечного сечения цилиндра  $S = 0,1$  м<sup>2</sup>. Внутренняя энергия воздуха  $U = \frac{5}{2} PV$ , где  $P$  – давление,

$V$  – объем. Считать силу трения, действующую на поршень, постоянной в процессе движения поршня.

- 1) Найдите начальную температуру  $T_0$  воздуха.
- 2) Найдите силу трения  $F_{\text{тр}}$ , действующую на поршень в процессе движения поршня.
- 3) Какое количество  $Q$  теплоты отвели от воздуха в цилиндре в процессе охлаждения к тому моменту, когда поршень начал смещаться?

5. Теплоизолированный цилиндр объемом  $V$  разделен на две части перегородкой. В одной части находится кислород в количестве  $\nu$  при температуре  $T_1$ , а в другой – азот в количестве  $2\nu$  при температуре  $\frac{4}{3} T_1$  и другом давлении. Перегородка прорывается.

- 1) Какая температура  $T_2$ , установится в смеси?
- 2) Найти давление  $P$  в смеси.

# Олимпиада «Физтех» по физике 2019

Класс 10

Билет 10-03

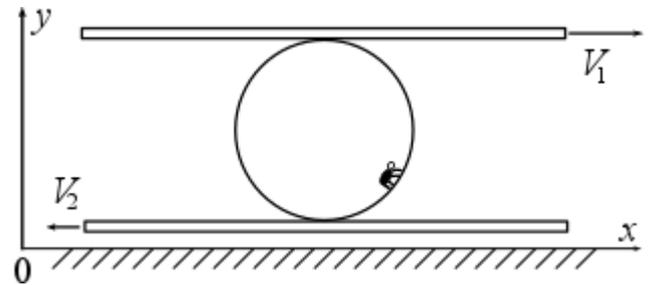
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Теннисист тренируется на горизонтальной площадке, посылая мяч к вертикальной стенке. В первом случае мяч летит практически с уровня земли с начальной скоростью  $V_0 = 22$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту и ударяется в стенку. Во втором случае мяч стартует из той же точки со скоростью  $\frac{V_0}{2}$  под углом  $2\alpha$  к горизонту и ударяется в ту же точку стенки. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Мяч движется в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

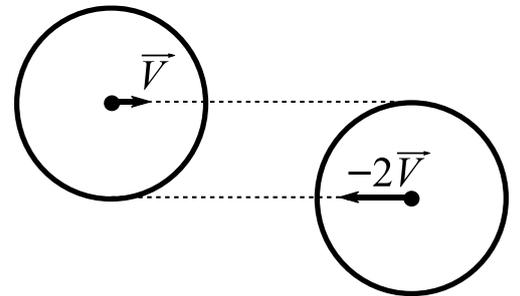
- 1) На какой максимальной высоте  $H$  находился мяч в полете в первом случае?
- 2) На какой высоте  $h$  мяч ударяется в стенку?
- 3) Через какое время  $\tau$  после удара о стенку мяч упадет на площадку во втором случае?

2. Тонкостенный полый шар радиуса  $R = 0,1$  м зажат между двумя горизонтальными параллельными пластинами, одна из которых движется вправо со скоростью  $V_1 = 0,6$  м/с, а вторая - влево со скоростью  $V_2 = 0,4$  м/с. Проскальзывания между пластинами и шаром нет. На внутренней поверхности полого шара сидит жук массы  $m = 1$  г. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



- 1) Найдите скорость  $V$  центра шара.
- 2) Найдите максимальную силу  $P_{MAX}$ , с которой жук действует на шар.

3. Две одинаковые гладкие упругие шайбы движутся по гладкой горизонтальной поверхности. Скорость первой шайбы  $\vec{V}$ , скорость второй  $(-2\vec{V})$ . Для каждой шайбы прямая, сонаправленная с вектором скорости и проходящая через центр шайбы, касается другой шайбы. Происходит абсолютно упругое соударение.



- 1) Найдите скорость  $V_1$  (по модулю) первой шайбы после соударения.
- 2) На какой угол  $\alpha$  повернется вектор скорости первой шайбы в результате соударения?

4. В цилиндре с вертикальными гладкими стенками под покоящимся поршнем находятся вода и влажный воздух при температуре  $t_1 = 100$  °С. Площадь поршня  $S = 100$  см<sup>2</sup>, масса  $M$  поршня такова, что  $Mg = 0,5P_0S$ , здесь  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$  Па – давление в окружающей атмосфере. Высота поршня над поверхностью воды  $H = 20$  см. Температуру в цилиндре медленно уменьшили до  $t_2 = 7$  °С. Давление водяного пара при  $t_2 = 7$  °С считайте пренебрежимо малым. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К). Молярная масса воды  $\mu_1 = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

- 1) Найдите парциальное давление  $P_{св}$  сухого воздуха в цилиндре под поршнем при  $t_1 = 100$  °С.
- 2) На каком расстоянии  $h$  от поверхности воды остановится поршень при  $t_2 = 7$  °С?

5. Теплоизолированный сосуд объемом  $V$  разделен на две части перегородкой. В одной части находится гелий в количестве  $\nu$  при температуре  $T_1$ , а в другой – азот в количестве  $3\nu$  при температуре  $6/5 T_1$  и другом давлении. Перегородка прорывается. Известно, что молярная теплоемкость азота при постоянном объеме равна  $2,5R$ .

- 1) Какая температура  $T_2$ , установится в смеси?
- 2) Найти давление  $P$  в смеси.

# Олимпиада «Физтех» по физике 2019

Класс 10

Билет 10-04

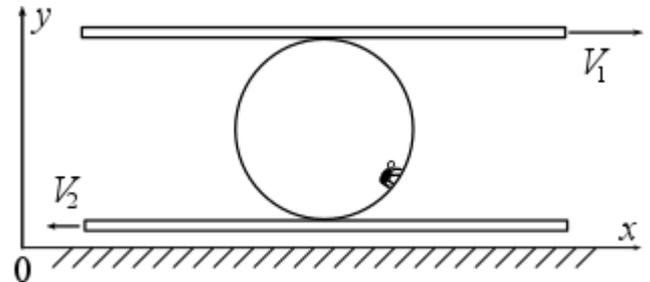
Шифр

(заполняется секретарём)

1 Теннисист тренируется на горизонтальной площадке, посылая мяч к вертикальной стенке. В первом случае мяч после удара ракеткой летит практически с уровня земли со скоростью  $V_0 = 18$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту и ударяется в стенку. Во втором случае мяч стартует из той же точки со скоростью  $\frac{V_0}{2}$  под углом  $2\alpha$  к горизонту и ударяется в ту же точку стенки. Соударения мяча со стенкой абсолютно упругие. Мяч движется в вертикальной плоскости перпендикулярной стенке. Силой сопротивления воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

- 1) Через какое время  $\tau$  мяч находится на максимальной высоте в первом случае?
- 2) На какой высоте  $h$  мяч ударяется в стенку?
- 3) На каком расстоянии  $L$  от стенки мяч упадет на площадку во втором случае?

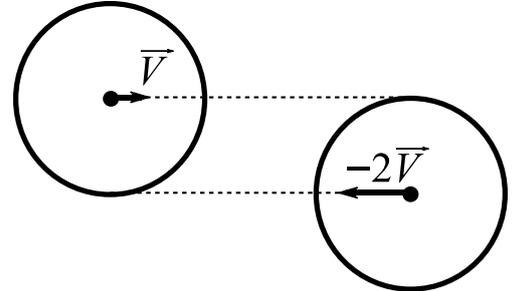
2. Тонкостенный полый шар радиуса  $R = 0,05$  м зажат между двумя горизонтальными параллельными пластинами, одна из которых движется вправо со скоростью  $V_1 = 0,8$  м/с, а другая - влево со скоростью  $V_2 = 0,2$  м/с. Проскальзывания между пластинами и шаром нет. На внутренней поверхности полого шара сидит жук массы  $m = 2$  г.



1) За какое время  $T$  шар совершает один оборот вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр?

- 2) Найдите силу  $P$ , с которой жук действует на шар, в тот момент, когда жук находится в высшей точке траектории.

3. Две одинаковые гладкие упругие шайбы движутся по гладкой горизонтальной поверхности. Скорость первой шайбы  $\vec{V}$ , скорость второй  $(-2\vec{V})$ . Для каждой шайбы прямая, сонаправленная с вектором скорости и проходящая через центр шайбы, касается другой шайбы. Происходит абсолютно упругое соударение.



- 1) Найдите скорость  $V_2$  (по модулю) второй шайбы после соударения.
- 2) На какой угол  $\beta$  повернется вектор скорости второй шайбы в результате соударения?

4 В цилиндре с вертикальными гладкими стенками под покоящимся поршнем находятся вода и влажный воздух при температуре  $t_1 = 100$  °С. Площадь поршня  $S = 80$  см<sup>2</sup>, масса  $M$  поршня такова, что  $Mg = 0,3P_0S$ , здесь  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$  Па – давление в окружающей атмосфере. Высота поршня над поверхностью воды  $H = 30$  см. Температуру в цилиндре медленно уменьшили до  $t_2 = 4$  °С. Давление водяного пара при  $t_2 = 4$  °С считайте пренебрежимо малым. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К). Молярная масса воды  $\mu_1 = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

- 1) Найдите массу  $M_{\text{пара}}$  пара в цилиндре при  $t_1 = 100$  °С.
- 2) На каком расстоянии  $h$  от поверхности воды остановится поршень при  $t_2 = 4$  °С?

5. Теплоизолированный сосуд объемом  $V$  разделен на две части перегородкой. В одной части находится гелий в количестве  $\nu$  при температуре  $T_1$ , а в другой – кислород в количестве  $2\nu$  при температуре  $4/5 T_1$ , и другом давлении. Перегородка прорывается. Известно, что молярная теплоемкость кислорода при постоянном объеме равна  $2,5R$ .

- 1) Какая температура  $T_2$ , установится в смеси?
- 2) Найти давление  $P$  в смеси.

1. Время полёта (одинаково при выстреле вверх по склону и вниз):

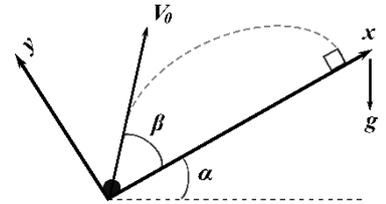
$$t_{\text{п}} = \frac{2V_0 \sin \beta}{g \cos \alpha} = \frac{V_0 \cos \beta}{g \sin \alpha} \Rightarrow \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha} \quad (1)$$

При выстреле вверх по склону:  $S_1 = \frac{V_0^2 \cos^2 \beta}{2g \sin \alpha} \quad (2)$

1) При выстреле вниз по склону:  $S_2 = \frac{3V_0^2 \cos^2 \beta}{2g \sin \alpha} = 3S_1 = 2100 \text{ м.}$

2) При выстреле вдоль горизонтальной поверхности:  $L = \frac{2V_0^2 \sin \beta \cos \beta}{g} \quad (3),$

(1),(2)  $\rightarrow$  (3):  $L = 2S_1 \cos \alpha \quad L = \sqrt{3}S_1 \approx 1212 \text{ м}$



2. ЗСЭ для шайбы:  $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh; h = R(1 - \cos \alpha) \Rightarrow a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{R} = 2g \cos \alpha$

1)  $|P| = |N| = m(a_{\text{ц}} + g \cos \alpha) = 3mg \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \approx 2,6mg$

2) Чаша начнёт скользить при  $P \sin \alpha = \mu(3mg + P \cos \alpha) \Rightarrow \mu = \frac{P \sin \alpha}{3mg + P \cos \alpha}; \mu = \frac{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{7} \approx 0,25$

3. После соударения из ЗСИ:  $V_1 = V_0 \sin \alpha = \frac{V_0}{2} \quad (1)$

1) Из (1):  $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \alpha = 30^\circ, d = R$

2) После соударения шайбы разлетаются под прямым углом

$$(V_1 T)^2 + (2R + TV_2)^2 = S^2; \quad T^2(V_2^2 + V_1^2) + 4RV_2 T + 4R^2 - S^2 = 0$$

$$T = \frac{-4RV_2 + \sqrt{4S^2(V_2^2 + V_1^2) - 16R^2V_1^2}}{2(V_2^2 + V_1^2)}$$

$$T = \frac{\sqrt{S^2 - R^2} - \sqrt{3}R}{V_0}$$

4. 1)  $\begin{cases} P_1 \cdot S + F_{\text{тр}} = P_0 S \\ P_2 \cdot S = P_0 S + F_{\text{тр}} \end{cases} \Rightarrow P_1 + P_2 = 2P_0 \quad (1)$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_2 V_2}{T_0} \Rightarrow P_2 = P_0 \frac{V_0}{V_2} \quad (2)$$

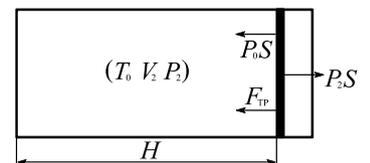
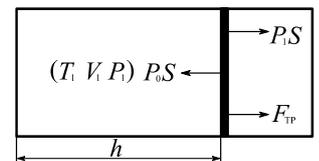
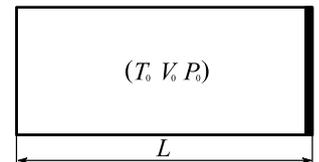
(2)  $\rightarrow$  (1)  $\frac{P_1}{P_0} = 2 - \frac{V_0}{V_2}$  (3);  $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \Rightarrow T_1 = T_0 \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} \quad (4)$

(3)  $\rightarrow$  (4)  $T_1 = T_0 \left( 2 \frac{h}{L} - \frac{h}{H} \right)$

$$T_1 = 300 \left( 2 \frac{0,4}{0,5} - \frac{0,4}{0,46} \right) = 219 \frac{3}{23} \approx 219 \text{ К.}$$

2)  $F_{\text{тр}} = S(P_2 - P_0) = P_0 S \left( \frac{L-H}{H} \right) = \frac{20 \cdot 10^3}{23} = \frac{20}{23} \text{ кН} \approx 870 \text{ Н}$

3)  $V = \text{const} \quad Q_{V_2} = \Delta U = 5hSP_0 \left( \frac{L}{H} - 1 \right) = \frac{40}{23} \text{ кДж} \approx 1,7 \text{ кДж}$



5.  $U = \text{const}$

1)  $U = \frac{5}{2} RvT_1 + \frac{5}{2} R \cdot 1,5v \cdot \frac{5}{4} T_1 = \frac{115}{16} vRT_1$

$$U = 2,5vC_{V_{\text{см}}} \cdot T_2$$

$$U = 2,5v \cdot \frac{5}{2} RT_2 = 6,25vRT_2; \quad T_2 = 1,15T_1$$

2)  $P_2 = \frac{2,5vRT_2}{V} = 2,875 \frac{vRT_1}{V}$

1. Из решения задачи 1 билета 10-01:

$$1) S_1 = \frac{L}{2 \cos \alpha} = 1875 \text{ м};$$

$$2) S_2 = 3S_1 = \frac{3L}{2 \cos \alpha} = 5625 \text{ м}$$

2. ЗСЭ для шарика  $mgl = mgl(1 - \cos \alpha) + \frac{mV^2}{2}$ ;  $\Rightarrow a_{\text{ц}} = \frac{V^2}{l} = 2g \cos \alpha$ ;

$$1) |P| = |T| = m(a_{\text{ц}} + g \cos \alpha) = 3mg \cos \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \approx 2,6mg$$

2) Брусок начнёт скользить при  $P \cdot \sin \alpha = \mu(Mg + P \cdot \cos \alpha)$ ;  $\Rightarrow M = 3m \left( \frac{\sin 2\alpha}{2\mu} - \cos^2 \alpha \right)$ ;

$$M = 3m \left( \frac{7}{8} - \frac{2}{4} \right) = \frac{9}{8} m \approx 1,125m$$

3. Из решения задачи 3 варианта 10-01:

$$V_0 = \frac{\sqrt{S^2 - R^2} - \sqrt{3}R}{T}$$

4. Из решения задачи 4 варианта 10-01:

$$1) T_0 = \frac{T_1}{\left(2 \frac{h}{L} \frac{h}{H}\right)} = \frac{T_1}{\left(2 \frac{0,6}{1,2} \frac{0,6}{1}\right)} = 2,5T_1 = 750 \text{ К} \quad ;$$

$$2) F_{\text{тр}} = P_0 S \left( \frac{L-H}{H} \right) = 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \left( \frac{1,2-1}{1} \right) = 2 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2 \text{ кН}$$

$$V = \text{const}; Q_{V_1} = \frac{5}{2} (P_0 - P_1) V_0 = \frac{5}{2} P_0 L S \left( \frac{L}{H} - 1 \right) = \frac{5}{2} \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 0,1 \left( \frac{1,2}{1} - 1 \right) = 6 \cdot 10^3 = 6 \text{ кДж}$$

5.  $U = \text{const}$

$$1) U = \frac{5}{2} R \nu T_1 + \frac{5}{2} R \cdot 2\nu \cdot \frac{4}{3} T_1 = \frac{55}{6} \nu R T_1$$

$$U = 3\nu \cdot \frac{5}{2} R T_2 = \frac{15}{2} \nu R T_2 \quad ; \quad T_2 = \frac{11}{9} T_1$$

$$2) P_2 = \frac{3\nu R T_2}{V} = \frac{11}{3} \frac{\nu R T_1}{V}$$

1. 1)  $H = \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2g} = 6,05 \text{ м}$

2)  $t_1$ - время полета 1-го мяча до стенки  $t_1 = \frac{l}{V_0 \cos \alpha}$  (1)

$$h = V_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{l}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{l^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad (2)$$

Аналогично для 2-го мяча:  $h = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2\left(\frac{V_0}{2}\right)^2} (1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha)$  (3)

Из (2), (3):  $l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (4 + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)$

$$l = \frac{2V_0^2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{g(3 + 4\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{11 g} \quad (4); \quad (4) \rightarrow (2): h = \frac{9}{121} \frac{V_0^2}{g} = 3,6 \text{ м}$$

3) Полное время полета 2-го мяча:  $T_2 = \frac{2\left(\frac{V_0}{2}\right) \sin 2\alpha}{g} = \frac{V_0 \sin 2\alpha}{g} = \frac{\sqrt{3} V_0}{2 g}$

Время полета 2-го мяча до стенки:  $t_2 = \frac{l}{\frac{V_0}{2} \cos 2\alpha} = \frac{4\sqrt{3} V_0}{11 g}; \quad \tau = T_2 - t_2 = \frac{3\sqrt{3} V_0}{22 g} \approx 0,52 \text{ с.}$

2. 1) Рассмотрим движение в системе отсчёта нижней пластины, тогда

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} = 0,1 \text{ м/с}$$

2) Запишем 2-й закон Ньютона в системе, где центр сферы неподвижен ( $v'$ - скорость жука):

$$v' = \frac{(v_1 + v_2)}{2} = 0,5 \text{ м/с}; \quad N - mg \cos \alpha = \frac{mv'^2}{R}; \quad N = mg \cos \alpha + \frac{mv'^2}{R}; \quad F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha$$

$$P = \sqrt{N^2 + F_{\text{тр}}^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{mv'^2}{R}\right)^2 + \frac{2m^2 g v'^2 \cos \alpha}{R}}$$

$P_{\max}$  при  $\cos \alpha = 1$ , т.е.  $\alpha=0$ :  $P_{\max} = mg + \frac{mv'^2}{R} = m \left(g + \frac{v'^2}{R}\right) = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$

3. XY – неподвижная система отсчёта. Ось Y в момент удара проходит через центры 1-й и 2-й шайб (от 1-й ко 2-ой), ось X – через точку касания шайб (направо вверх).  $\beta$  – угол между  $\vec{v}$  и осью Y.

$$\sin \beta = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}; \quad \beta=30^\circ \quad v'_{1x} = v \sin \beta = \frac{v}{2}$$

При абсолютно упругом ударе силы взаимодействия действуют вдоль оси Y, поэтому проекции импульсов и скоростей шайб на ось x сохраняются.

Записав ЗСЭ и ЗСИ на ось y можно показать, что  $v'_{2y} = v_{1y}, v'_{1y} = v_{2y} = -2v \cos \beta$

$$v'_1 = \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}} = \sqrt{v^2 \sin^2 \beta + 4v^2 \cos^2 \beta} = v \sqrt{1 + 3 \cos^2 \beta} = \frac{\sqrt{13}}{2} v \approx 1,8v.$$

$V_1 = v'_1 = \frac{\sqrt{13}}{2} v$  – ответ на 1-й вопрос.  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{v \sin \beta}{2v \cos \beta} = \frac{1/2}{2 \cdot \sqrt{3}/2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$\alpha = \pi - \beta - \gamma = \frac{5}{6} \pi - \gamma$ , где  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{2\sqrt{3}}$  – ответ на 2-й вопрос ( $\alpha \approx 2,33 \text{ рад} \approx 133^\circ$ ).

Замечание: задачу можно решить проще, перейдя в С.О., движущуюся со скоростью  $\vec{V}$ .

Тогда  $\alpha = \pi - \delta$ , где  $\operatorname{tg} \delta = \frac{3\sqrt{3}}{5}$ .

4.  $(P_{\text{св}} + P_0)S = P_0 S + Mg \Rightarrow P_{\text{св}} = 0,5P_0 = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$  (1)

$P'_{\text{св}} S = P_0 S + Mg \Rightarrow P'_{\text{св}} = 1,5P_0$  (2)

$$\left. \begin{array}{l} P'_{\text{св}} S h = \nu R T_2 \\ P_{\text{св}} S H = \nu R T_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P'_{\text{св}} h}{P_{\text{св}} H} = \frac{T_2}{T_1}; \quad h = \frac{P_{\text{св}} T_2}{P'_{\text{св}} T_1} H = \frac{0,5 \cdot 280}{1,5 \cdot 373} \cdot 20 \approx 5 \text{ см}$$

5.  $U_{\text{He}} + U_{N_2} = U'_{\text{He}} + U'_{N_2}; \quad \nu C_{V\text{He}} \cdot T_1 + 3\nu C_{V N_2} \cdot \frac{6}{5} T_1 = \nu C_{V\text{He}} \cdot T_2 + 3\nu C_{V N_2} \cdot T_2$

$$\left(\frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}\right) T_1 = \left(\frac{3}{2} + 3 \cdot \frac{5}{2}\right) T_2; \quad T_2 = \frac{3+18}{3+15} T_1 = \frac{7}{6} T_1 \quad (1); \quad P'_{\text{He}} = \frac{\nu R T_2}{V}; \quad P'_{N_2} = \frac{3\nu R T_2}{V} \quad (2)$$

$$P = P'_{\text{He}} + P'_{N_2} = \frac{4\nu R T_2}{V} = \frac{4\nu R}{V} \cdot \frac{7}{6} T_1 = \frac{14}{3} \frac{\nu R T_1}{V}$$

1. 1)  $\tau = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = 0,9$  с; 2)  $t_1$ - время полета 1-го мяча до стенки  $t_1 = \frac{l}{V_0 \cos \alpha}$  (1)  
 $h = V_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{l}{V_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \frac{l^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$  (2)

Аналогично для 2-го мяча:  $h = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2\left(\frac{V_0}{2}\right)^2} (1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha)$  (3)

Из (2), (3):  $l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = l \cdot \operatorname{tg} 2\alpha - \frac{gl^2}{2V_0^2} (4 + 4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)$

$l = \frac{2V_0^2(\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha)}{g(3 + 4\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha)} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{11 g}$  (4); (4) → (2):  $h = \frac{9}{121} \frac{V_0^2}{g} = 2,4$  м

3) Дальность полёта 2-го мяча без стенки:  $l_2 = \frac{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 \sin 4\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 4\alpha}{4g} = \frac{\sqrt{3} V_0^2}{8g}$

$L = l_2 - l = \left(\frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{11}\right) \frac{V_0^2}{g} = \frac{3\sqrt{3} V_0^2}{88 g} \approx 1,9$  м.

2. 1) В системе отсчёта, где центр сферы неподвижен, скорость жука

$v' = \frac{v_1 + v_2}{2}$ , поэтому  $T = \frac{2\pi R}{v'} = \frac{4\pi R}{v_1 + v_2} \approx 0,63$  с

2) запишем 2-й закон Ньютона в системе, где центр сферы неподвижен. Предположим, что сила реакции сферы в верхней точке направлена вниз.  $N + mg = \frac{mv'^2}{R}$ ;  $N = \frac{mv'^2}{R} - mg < 0$

$P = |N| = m \left( g - \frac{v'^2}{R} \right) = 0,01$  Н (Жук действует на сферу с силой P, направленной вниз).

3. XY – неподвижная система отсчёта. Ось Y в момент удара проходит через центры 1-й и 2-й шайб (от 1-ой ко 2-ой), ось X – через точку касания шайб (влево вниз).

$\beta$  – угол между  $\vec{v}$  и осью Y.  $\sin \alpha = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ ;  $\alpha = 30^\circ$

При абсолютно упругом ударе силы взаимодействия действуют вдоль оси Y, поэтому проекции импульсов и скоростей шайб на ось x сохраняются.

Записав ЗСЭ и ЗСИ на ось y можно показать, что  $v'_{2y} = v_{1y}$ ,  $v'_{1y} = v_{2y}$   $v'_{2y} = v \cos \alpha$

$v'_2 = \sqrt{v'^2_{2x} + v'^2_{2y}} = \sqrt{4v^2 \sin^2 \alpha + v^2 \cos^2 \alpha} = v \sqrt{1 + 3 \sin^2 \frac{\pi}{6}} = \frac{\sqrt{7}}{2} v$ .

$V_2 = v'_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} v$  – ответ на 1-й вопрос.

$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v \cos \alpha}{2v \sin \alpha} = \frac{\sqrt{3}/2}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\beta = \frac{\pi}{3} + \gamma$ , где  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$  – ответ на 2-ой вопрос;

( $\beta \approx 1,76$  рад  $\approx 100,9^\circ$ )

Замечание: задачу можно решить проще, перейдя в С.О., движущуюся со скоростью  $\vec{V}$ .

4. 1)  $P_0 SH = \frac{M_{\text{пара}}}{\mu} RT_1 \Rightarrow M_{\text{пара}} = \frac{\mu P_0 SH}{RT_1} = 1,4$  г; 2)  $(P_{\text{св}} + P_0)S = P_0 S + Mg \Rightarrow P_{\text{св}} = 0,3P_0$  (1)

$P'_{\text{св}} S = P_0 S + Mg \Rightarrow P'_{\text{св}} = 1,3P_0$  (2)

$\left. \begin{array}{l} P'_{\text{св}} S h = \nu RT_2 \\ P_{\text{св}} S h = \nu RT_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P'_{\text{св}} h}{P_{\text{св}} H} = \frac{T_2}{T_1}$ ;  $h = \frac{P_{\text{св}} T_2}{P'_{\text{св}} T_1} H = \frac{0,3 \cdot 277}{1,3 \cdot 373} \cdot 30 \approx 5,1$  см

5.  $U_{\text{He}} + U_{\text{O}_2} = U'_{\text{He}} + U'_{\text{O}_2}$ ;  $\nu C_{V\text{He}} \cdot T_1 + 2\nu C_{V\text{O}_2} \cdot \frac{4}{5} T_1 = \nu C_{V\text{He}} \cdot T_2 + 2\nu C_{V\text{O}_2} \cdot T_2$

$\left(\frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5}\right) T_1 = \left(\frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{5}{2}\right) T_2$ ;  $T_2 = \frac{3+8}{3+10} T_1 = \frac{11}{13} T_1$  (1)

$P'_{\text{He}} = \frac{\nu RT_2}{V}$ ;  $P'_{\text{O}_2} = \frac{2\nu RT_2}{V}$  (2);  $P = P'_{\text{He}} + P'_{\text{O}_2} = \frac{3\nu RT_2}{V} = \frac{3\nu R}{V} \cdot \frac{11}{13} T_1 = \frac{33}{13} \frac{\nu RT_1}{V}$

**Критерии оценивания. Олимпиада «Физтех». 2019 г.**

**Билеты 10-01, 10-02.**

**Задача 1. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит..... 5 очков  
Найдена связь углов  $\alpha$  и  $\beta$ .....3 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 5 очков

**Задача 2. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит..... 5 очков  
Правильно записан ЗСЭ ..... 2 очка  
Найдено нормальное ускорение.....2 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 5 очков

**Задача 3. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит.....6 очков  
Есть понимание, как соблюдается ЗСИ ..... 1 очко
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка  
За  $S=V_0T$ .....2 очка

**Задача 4. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит..... 4 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка
- 3) 3-й вопрос стоит.....2 очка

**Задача 5. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит..... 6 очков
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка

**Критерии оценивания. Олимпиада «Физтех». 2019 г.**

**Билеты 10-03, 10-04.**

**Задача 1. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит ..... 4 очка
- 2) 2-й вопрос стоит ..... 3 очка
- 3) 3-й вопрос стоит ..... 3 очка

**Задача 2. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит ..... 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит ..... 5 очков
- Правильный 2-ой закон Ньютона.....3 очка
- Ответ на 2-ой вопрос.....2 очка

**Задача 3. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит.....6 очков
- Есть все правильные ур-ия для ЗСИ ..... 2 очка
- Есть правильный ЗСЭ (или следствие из него).....2 очка
- Ответ на 1-й вопрос.....2 очка
- 2) 2-й вопрос стоит..... 4 очка

**Задача 4. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит ..... 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит ..... 5 очков

**Задача 5. (10 очков)**

- 1) 1-й вопрос стоит ..... 5 очков
- 2) 2-й вопрос стоит ..... 5 очков