

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант09-01

Часть 1

1. Пусть A – точка броска, B – точка максимального подъема, C – точка столкновения. Пусть время $t_{AC} = t_{BC} = \tau$. Тогда $t_{AB} = 2\tau$, $t_{ABC} = 3\tau$.

1) $h = \frac{1}{2}g(2\tau)^2 = 2g\tau^2$. 2) $h - H = \frac{1}{2}g\tau^2$, $H = h - \frac{1}{2}g\tau^2 = \frac{3}{2}g\tau^2$.

3) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{h + (h - H)}{H} = \frac{2h - H}{H} = \frac{5}{3}$. Задачу можно решить и другими способами.

2. $S = 8\text{см}^2$, $m_1 = 50\text{ г}$, $m = 120\text{ г}$.

1) $P_A = P_0 - \rho gH = 99\text{ кПа}$.

2) Условие равновесия поршня $P_0S + m_1g - m_2g = (P_0 - \rho gH)S$. $m_2 = m_1 + \rho HS = 130\text{ г}$.

3) Поршень ниже уровня воды в сосуде на H_1 . Условие равновесия поршня

$(P_0 + \rho gH_1)S + m_2g = (m_1 + m)g + P_0S$. $H_1 = \frac{m_1 + m - m_2}{\rho S} = 5\text{ см}$.

3. Сопротивление лампочки зависит от тока в ней.

1) $I_1 = \frac{P_1}{U_0} = \frac{5}{3}\text{ А} \approx 1,67\text{ А}$. 2) $I_2 = \frac{P_2}{U_0/2} = 1,1\text{ А}$. 3) $P_3 = P_1 = 20\text{ Вт}$.

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант09-01

Часть 2

4. 1) $\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t_1^2$. Тогда $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g \sin^2 \alpha}} = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

2) Пусть $M = 3m$ – масса клина, a – ускорение клина, a_0 – ускорение шайбы относительно клина, N – сила нормальной реакции клина на шайбу. Ускорение шайбы равно сумме переносного (ускорения клина) и относительного ускорений. Уравнение движения для клина в проекциях на горизонтальную ось $N \sin \alpha = Ma$. Уравнение движения для шайбы в проекциях на нормаль к поверхности клина

$N - mg \cos \alpha = -ma \sin \alpha$. Отсюда $a = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} = \frac{1}{7}g$.

3) Уравнение движения для шайбы в проекциях на ось вдоль поверхности клина

$mg \sin \alpha = m(a_0 - a \cos \alpha)$. Тогда $a_0 = g \sin \alpha + a \cos \alpha = \frac{5}{7}g$. Относительно клина $\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}a_0 t_2^2$.

Отсюда $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{a_0 \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{14H}{3g}}$.

5. 1) $VT \cdot S = \pi H^2 \cdot H$. Время наполнения $T = \frac{\pi H^3}{VS} = \frac{\pi \sqrt{2} H^3}{S \sqrt{gH}}$.

2) Начало координат поместим в конец шланга, оси x и y направим горизонтально направо и вертикально вверх. $x = V \cos \alpha \cdot t$, $y = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Найдем угол, при котором струя попадет в

точку A . $H = V \cos \alpha \cdot t$, $-H = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Исключая время t с учетом выражения для V , получаем

$\text{tg}^2 \alpha - \text{tg} \alpha = 0$. Отсюда $\text{tg} \alpha = 1$ или $\text{tg} \alpha = 0$. Имеем два значения угла: $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 0$.

3) Найдем углы, при которых струя попадет в дальнюю верхнюю точку B бака.

$3H = V \cos \alpha \cdot t$, $-H = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Исключая время t с учетом выражения для V , получаем

$9\text{tg}^2 \alpha - 3\text{tg} \alpha + 8 = 0$. Это уравнение не имеет корней. Следовательно, ни при каких углах струя не достигнет точки B . Итак, чтобы попасть в бак, струя должна выходить под такими углами, чтобы $0 < \text{tg} \alpha < 1$ (или $0 < \alpha < 45^\circ$).

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант09-02

Часть 1

1. Пусть V_0 – начальная скорость. Пусть A – точка броска, B – точка максимального подъема, C – точка столкновения. Пусть время $t_{AC} = t_{BC} = T$. Тогда $t_{AB} = 2T$, $t_{ABC} = 3T$.

1) По условию $3T = \tau$. Время полета второго мяча до столкновения $T = \frac{\tau}{3}$.

2) $h = \frac{1}{2}g \left(2 \cdot \frac{\tau}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}g\tau^2$. 3) $V_0 = g \left(2 \cdot \frac{\tau}{3}\right) = \frac{2}{3}g\tau$. Задачу можно решить и другими способами.

2. $S = 9\text{см}^2$, $m_2 = 250\text{г}$.

1) $P_A = P_0 - \rho gH = 98\text{кПа}$.

2) Условие равновесия поршня $P_0S + m_1g - m_2g = (P_0 - \rho gH)S$. $m_1 = m_2 - \rho HS = 70\text{г}$.

3) Поршень ниже уровня воды в сосуде на H_1 . Условие равновесия поршня $(P_0 + \rho gH_1)S + \frac{m_2}{10}g = m_1g + P_0S$. $H_1 = \frac{m_1 - m_2/10}{\rho S} = 5\text{см}$.

3. Сопротивление лампочки зависит от тока в ней.

1) $I_1 = \frac{P_1}{U_0} = 0,4\text{А}$. 2) $I_2 = \frac{P_2}{U_0/3} = 0,25\text{А}$. 3) $P_3 = P_2 = 0,5\text{Вт}$.

Олимпиада «Физтех». 2021 г. Физика. Решения. Вариант09-02

Часть 2

4. 1) $\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}(g \sin \alpha)t_1^2$. Тогда $t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g \sin^2 \alpha}} = \frac{5}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$.

2) Пусть $M = 2m$ – масса клина, a – ускорение клина, a_0 – ускорение шайбы относительно клина, N – сила нормальной реакции клина на шайбу. Ускорение шайбы равно сумме переносного (ускорения клина) и относительного ускорений. Уравнение движения для клина в проекциях на горизонтальную ось $N \sin \alpha = Ma$. Уравнение движения для шайбы в проекциях на нормаль к поверхности клина

$N - mg \cos \alpha = -ma \sin \alpha$. Отсюда $a = \frac{mg \cos \alpha \sin \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} = \frac{2}{11}g$.

3) Уравнение движения для шайбы в проекциях на ось вдоль поверхности клина $mg \sin \alpha = m(a_0 - a \cos \alpha)$. Тогда $a_0 = g \sin \alpha + a \cos \alpha = \frac{10}{11}g$. Относительно клина $\frac{H}{\sin \alpha} = \frac{1}{2}a_0 t_2^2$.

Отсюда $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{a_0 \sin \alpha}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{11H}{g}}$.

5. 1) $VT \cdot S = \pi \left(\frac{H}{4}\right)^2 \cdot H$. Время наполнения $T = \frac{\pi H^3}{16VS} = \frac{\pi H^3}{16S\sqrt{2,5gH}} = \frac{\sqrt{10}\pi H^3}{80S\sqrt{gH}}$.

2) Начало координат поместим в конец шланга, оси x и y направим горизонтально направо и вертикально вверх. $x = V \cos \alpha \cdot t$, $y = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Найдем угол, при котором струя попадет в точку A . $\frac{1}{2}H = V \cos \alpha \cdot t$, $H = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Исключая время t с учетом выражения для V , получаем $\text{tg}^2 \alpha - 10\text{tg} \alpha + 21 = 0$. Отсюда имеем два значения угла: $\text{tg} \alpha = 3$ или $\text{tg} \alpha = 7$.

3) Найдем углы, при которых струя попадет в дальнюю верхнюю точку B бочки.

$H = V \cos \alpha \cdot t$, $H = V \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$. Исключая время t с учетом выражения для V , получаем

$\text{tg}^2 \alpha - 5\text{tg} \alpha + 6 = 0$. Это уравнение имеет корни $\text{tg} \alpha = 2$ и $\text{tg} \alpha = 3$. Струя может достигнуть точки B только при $\text{tg} \alpha = 3$, так как при меньших углах струя ударится о наружную стенку бочки. Итак, чтобы попасть в бочку, струя должна выходить под такими углами, чтобы $3 < \text{tg} \alpha < 7$.